

Chapitre 8

VOILEMENT DES PAROIS DES POUTRES

I. PRÉSENTATION DU PHÉNOMÈNE

Les poutres métalliques ont des sections transversales ouvertes et sont constituées de parois (semelles et âmes). Ces parois, considérées isolément, sont des plaques (et non des poutres), compte tenu de leurs dimensions. Une plaque, au sens de la résistance des matériaux, est un corps plat dont les 2 dimensions dans le plan de la plaque, longueur et largeur, sont très grandes vis-à-vis de l'épaisseur. Par conséquent, les semelles et âmes des poutres, ont un comportement de plaques. Si de plus, les épaisseurs de ces parois sont davantage plus faibles, elles ont alors un comportement de plaques minces et peuvent entraîner la ruine des poutres par instabilités locales dont le type est appelé : voilement.

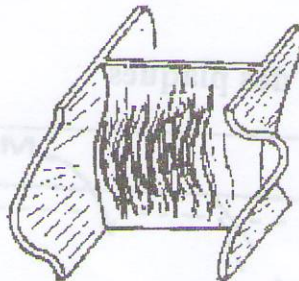


Figure 1: voilement de l'âme et des semelles d'une poutre comprimée

Le voilement d'une plaque chargée en compression uniforme dans son plan moyen se traduit, à un certain niveau de la charge, par l'apparition de déformations importantes de la plaque hors de son plan sous forme de 'ventre'.

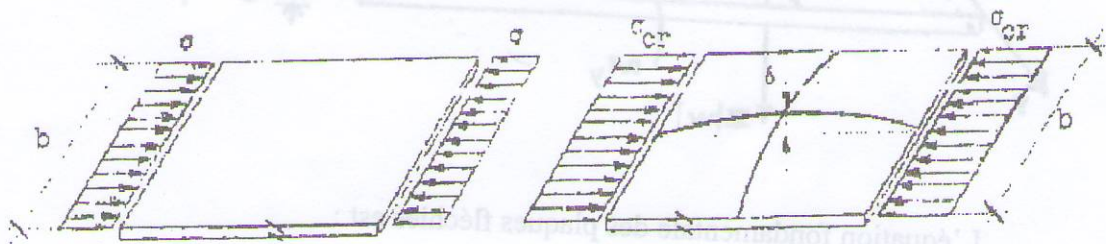


Figure 2 : voilement d'une plaque soumise à compression

L'étude de la stabilité des semelles et âmes des poutres métalliques se ramène à l'étude de la stabilité des plaques minces.

Sur la figure suivante sont représentés les divers modes de voilement, pour les différents chargements correspondant pour une plaque appuyée à sa périphérie.

Voilement simple :

- a) de compression
- b)) de cisaillement

Voilement complexe :

- c) de compression et cisaillement combinés.

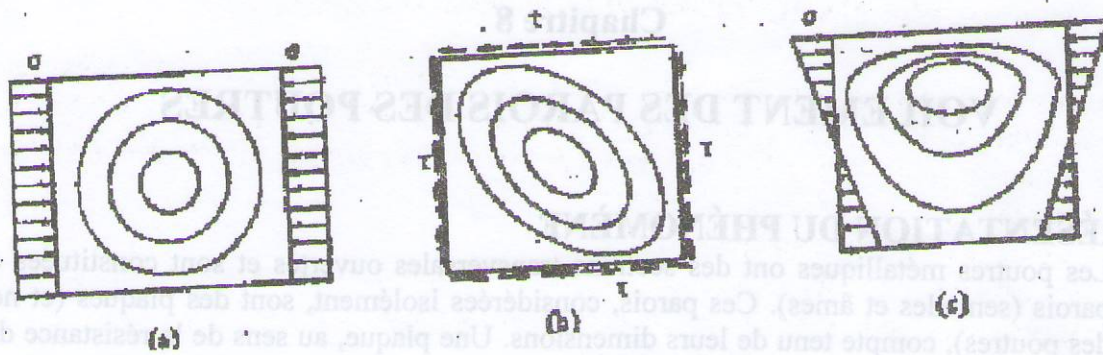
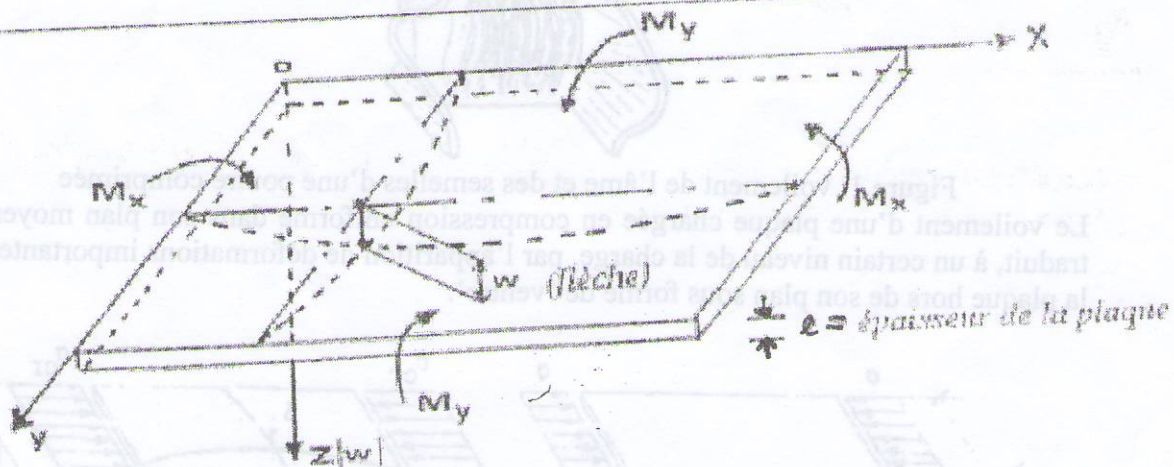


Figure 3: modes de voilement

II. THÉORIE LINÉAIRE DU VOILEMENT ÉLASTIQUE (RAPPELS)

Ce paragraphe constitue quelques rappels de la théorie du voilement traitée ordinairement en cours de résistance des matériaux. Pour connaître plus sur la théorie, il faut donc s'y reporter.

21. Rappel sur la flexion des plaques



L'équation fondamentale des plaques fléchies est :

$$D \cdot \left[\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] = -p(x, z)$$

où:

- $p(x, y)$ est la charge par unité de surface, ou, si l'on préfère, la pression exercée par la charge (parallèlement à l'axe oz) sur la plaque;
- D représente la rigidité de la plaque et a pour valeur :

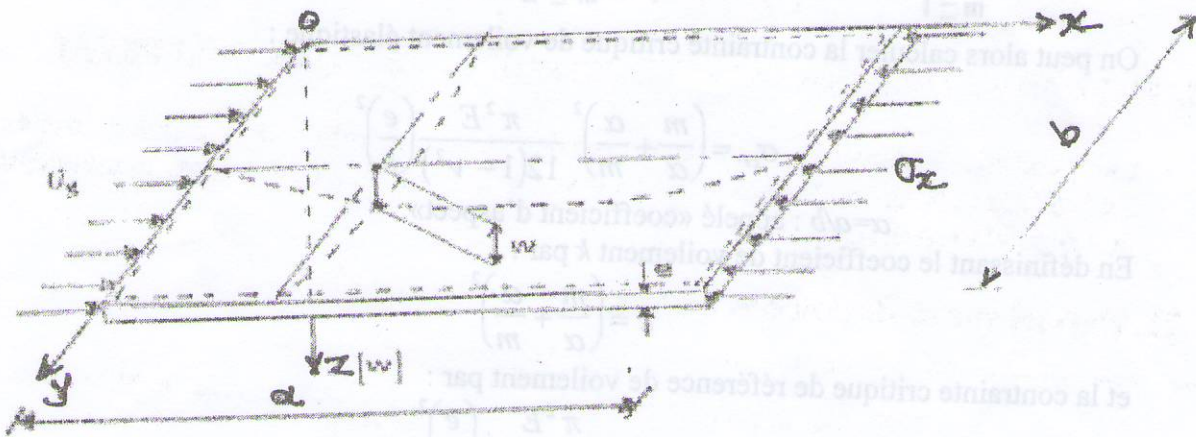
$$D = \frac{E \cdot e^3}{12(1 - \nu^2)}$$

- E et ν sont respectivement le module d'élasticité et le coefficient de poisson du matériau constituant la plaque (pour l'acier : $E=21000 \text{ daN/mm}^2$ et $\nu=0,3$)

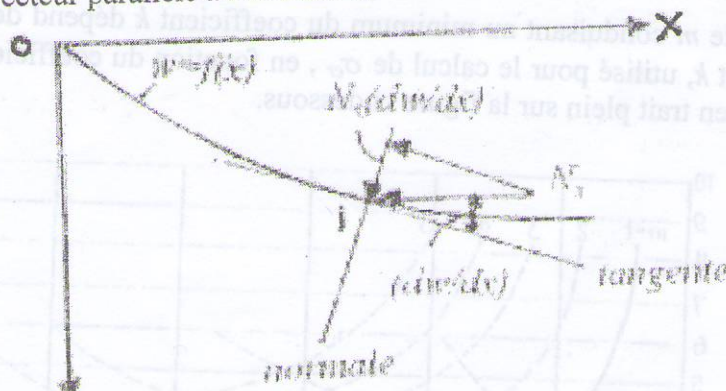
22. Analyse des plaques uniformément chargées dans leur plan

Soit la plaque rectangulaire, articulée sur ses quatre bords, de la figure ci après. En considérant le voilement comme un phénomène d'instabilité par bifurcation de l'équilibre, on peut calculer la valeur de la contrainte critique de voilement élastique σ_{cr} en se basant sur les hypothèses suivantes :

- la plaque est initialement parfaitement plane;
- les déformations hors du plan de voilement sont faibles;
- la plaque est sollicitée par des charges agissant dans son plan moyen;
- le matériau est infiniment élastique.



Considérons une courbe $w=f(x)$, soit j un point quelconque de cette courbe. Soit $N_x = \sigma_x \cdot e$ un vecteur parallèle à l'axe des x .



La projection sur la normale à la courbe en j , du vecteur N_x est $N_x(dw/dx)$ et si N_x est constant, la variation de cette projection quand la point j se déplace sur la courbe, son abscisse variant de dx est:

$$N_x \frac{d^2w}{dx^2} = \sigma_x e \frac{d^2w}{dx^2}$$

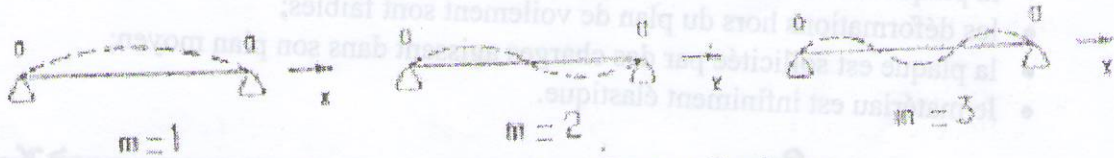
En considérant l'état d'équilibre de la plaque déformée (équilibre indifférent), on peut écrire l'équation différentielle suivante:

$$D \cdot \left[\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] = -\sigma_x e \frac{d^2w}{dx^2}$$

En supposant que la plaque se déforme selon une surface de forme sinusoïdale représentée par l'équation :

$$w = A \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}$$

où m est un nombre entier positif qui représente le nombre de demi-ondes dans la plaque, dans la direction des x . Il y a une seule demi-onde dans la direction perpendiculaire y .



On peut alors calculer la contrainte critique de voilement élastique :

$$\sigma_{cr} = \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m} \right)^2 \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{e}{b} \right)^2$$

$\alpha = a/b$: appelé «coefficient d'aspect».

En définissant le coefficient de voilement k par :

$$k = \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m} \right)^2$$

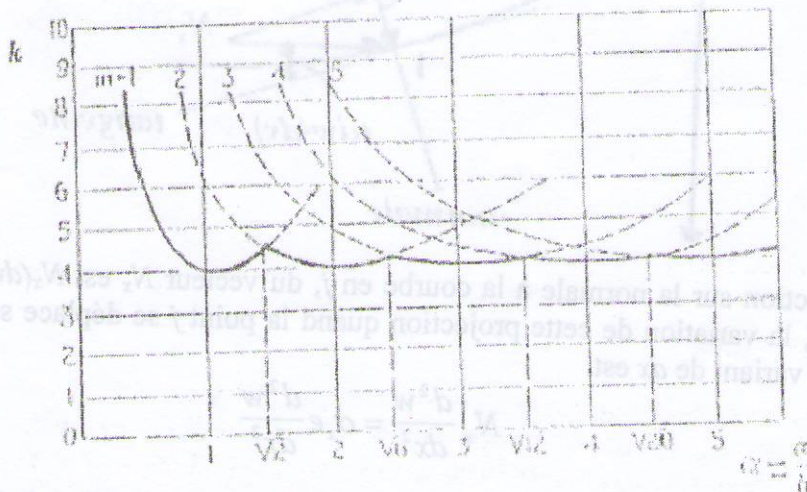
et la contrainte critique de référence de voilement par :

$$\sigma_{ev} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{e}{b} \right)^2$$

la contrainte critique de voilement élastique peut s'exprimer ainsi:

$$\sigma_{cr} = k \sigma_{ev}$$

La valeur de m conduisant au minimum du coefficient k dépend de α . Les variations du coefficient k , utilisé pour le calcul de σ_{cr} , en fonction du coefficient d'aspect α sont représentées en trait plein sur la figure ci dessous.



On peut représenter la courbe en trait plein de la figure par les expressions suivantes :

$$\alpha < 1 \Rightarrow k = \left[\left(\frac{1}{\alpha} \right) + \alpha \right]^2$$

$$\alpha \geq 1 \Rightarrow k = 4$$

III. JUSTIFICATION DE LA STABILITE DES PAROIS DES POUTRES

31. Voilement des parois des éléments comprimés

Les parois des barres comprimées sont susceptibles de voiler par compression. Les règles CM66 préviennent ce voilement en imposant des conditions limites sur le rapport de la largeur libre b à l'épaisseur e de chacune des parois constitutives de l'élément comprimé. Ces conditions devant être obligatoirement respectées, le voilement n'est alors plus à craindre et ne nécessite ainsi aucune vérification.

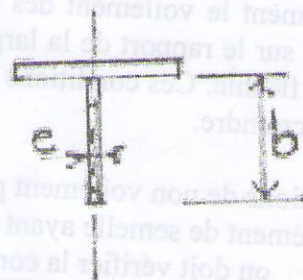
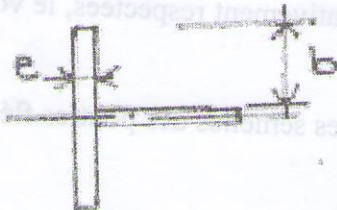
a. Conditions de non voilement

1. Pour les barres d'élancement inférieur à 75

- Parois minces ayant un bord non raidi (voir figure ci dessous)

On doit vérifier la condition suivante:

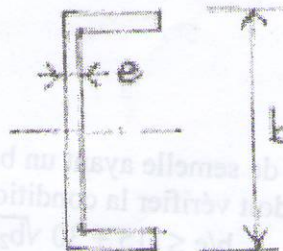
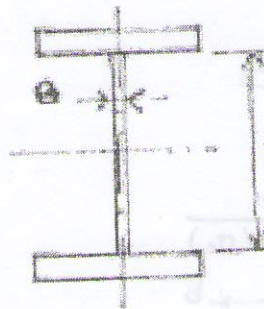
$$b/e \leq 15 \sqrt{(24 / \sigma_e)}$$



- Parois minces ayant 2 bords raidis (voir figure ci dessous)

On doit vérifier la condition suivante

$$b/e \leq 45 \sqrt{(24 / \sigma_e)}$$



2- Pour les barres d'élancement supérieur à 75

On doit vérifier les mêmes conditions que précédemment, en multipliant le second membre par l'élancement $\lambda/75$. Dans ces formules λ est limité à 250.

b. Barres ne satisfaisant pas les conditions précédentes

Si pour des raisons constructives, on est amené à utiliser des barres dont les parois ne respectent pas les conditions précédentes, les CM66 impose de vérifier ces barres à la condition de stabilité avec élancement effectif λ' supérieur à l'élancement réel satisfaisant à:

$$\lambda' = 75(b/e \cdot \rho)$$

$$\text{si } \lambda \leq 75$$

$$\lambda' = \lambda (b/e \cdot \rho)$$

$$\text{si } \lambda > 75$$

ρ étant la valeur du deuxième membre des inégalités du § a.

32. Voilement des parois des poutres fléchies

Les parois des poutres fléchies sont susceptibles de voiler par compression pour les semelles et par une combinaison d'un voilement par compression et d'un voilement par cisaillement pour les âmes.

Habituellement, pour les structures de bâtiments courants, on utilise surtout les poutrelles du type IPE, HEA, HEB. Les dimensions des parois de ces poutres sont telles que le voilement n'est pas à craindre.

En revanche, pour les structures d'ouvrages d'art et pour les poutres de roulement de ponts roulants de forte puissance, on utilise des poutres reconstituées par soudage PRS dont les parois sont souvent élancées et, par voie de conséquence, très sensibles au voilement.

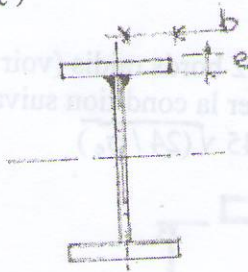
a. Voilement des semelles

Tout comme pour le voilement des parois des barres comprimées, les règles CM66 préviennent le voilement des semelles des poutres fléchies en imposant des conditions limites sur le rapport de la largeur libre b à l'épaisseur e de chacune des semelles de la poutre fléchiée. Ces conditions devant être impérativement respectées, le voilement n'est plus à craindre.

Conditions de non voilement par compression des semelles des poutres fléchies:

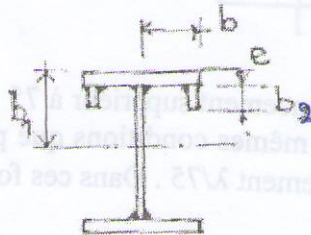
1. Élément de semelle ayant un bord libre
on doit vérifier la condition suivante

$$b/e \leq 15 \sqrt{(24 / \sigma_e)}$$



2. Élément de semelle ayant un bord raidi
on doit vérifier la condition suivante

$$b/e \leq (15 + 30 \sqrt{b_2 / b_1}) \sqrt{(24 / \sigma_e)}$$



b. Voilement des âmes

Les âmes des poutres sont le siège de contraintes normales et de contraintes tangentielles. Le calcul de la stabilité au voilement des âmes des poutres est très complexe. Les règles de vérification qui sont données dans le CM66 sont des règles empiriques, traduisant les errements en vigueur, de façon à permettre une application

simplifiée aux cas les plus courants en charpente métallique. L'approche utilisée est préventive et préconise de recourir au raidissage pour prévenir de voilement.

Règles de vérification

a) Notation

h_a : hauteur libre de l'âme mesurée entre membrures

d : distance entre raidisseurs transversaux

σ : Contrainte normale pondérée sur la fibre la plus comprimée de l'âme.

τ : Valeur moyenne de la contrainte tangentielle pondérée dans une section droite de l'âme

e_a : épaisseur de l'âme

L'épaisseur de l'âme doit respecter le critère suivant:

$$e_a \geq 0.006 h_a$$

L'emploi d'âmes plus minces ne respectant pas ce critère conduit à utiliser des raidisseurs longitudinaux et oblige à des vérifications complexes

b) Dispositions réglementaires

Il faut prévoir des raidisseurs transversaux au droit des appuis et au droit des charges concentrées. L'emploi de raidisseurs transversaux intermédiaires dépend de la condition suivante

$$(\sigma / 7)^2 + \tau^2 \leq 0.015 (1000 e_a / h_a)^4$$

-Si en toute section de la poutre cette condition est vérifiée, les raidisseurs intermédiaires sont inutiles.

-Si par contre la condition n'est pas vérifiée, les raidisseurs intermédiaires sont nécessaires. Il faut alors disposer ces raidisseurs de façon que tout panneau de longueur d situé entre 2 raidisseurs les valeurs de σ et de τ correspondant à chaque section droite, ils satisfassent le critère suivant

$$(\sigma / 7)^2 + (\tau / (1 + (3 h_a^2 / 4 d^2)))^2 \leq 0.015 (1000 e_a / h_a)^4$$

De plus il faut que les raidisseurs eux-mêmes soient vérifiés au flambement hors de leur plan.