

**TD N°2 : Modélisation des générateurs synchrones****Exercice 1**

Un alternateur a les caractéristiques suivantes :

400 MVA, 20 kV,  $f = 60$  Hz

Le rotor est à pôles lisses  $X_d = X_q = 1$  pu. Le courant d'excitation de la machine est maintenu constant correspondant à une f.é.m. = 1,25 pu.

Calculer les puissances active  $P_G$  et réactive  $Q_G$  fournies par la machine (angle interne  $\delta = 30^\circ$ ) ?

**Exercice 2**

Un alternateur à pôles saillants possède les caractéristiques synchrones suivantes :

$X_d = 100\%$  et  $X_q = 60\%$

On suppose que l'alternateur fonctionne à  $\delta = 45^\circ$  et que la f.é.m. =  $U = 100\%$  (entre phases).

Calculer la puissance générée par l'alternateur  $P_G$ . Déduire la contribution en % de l'effet de la saillance (reluctance power) ?

**Exercice 3**

Une génératrice synchrone à pôles saillants de tension 11 kV, de puissance 75 MVA et de réactances  $X_d = 1.5$  pu,  $X_q = 1$  pu (sa résistance est négligeable) est connectée à un jeu de barre infini à travers une ligne de réactance 0.3 pu (dans le système de base du générateur). Déterminer la puissance fournie pour un angle de charge de  $30^\circ$  si sa f.é.m. est de 1.4 fois la tension du jeu de barre infini. Calculer la puissance synchronisante (Rigidité du couplage, Stabilité ou Facteur de rigidité) et le facteur de réserve de la stabilité statique ?

**Exercice 4**

Un turboalternateur à pôles lisses  $X_d = X_q = 1$  pu est connecté à un réseau infini. Le générateur fonctionne en surexcitation sous les conditions suivantes : f.é.m. = 1,25 pu et  $P_G = 0,25$  pu.

1°) - Déterminer dans les conditions précédentes l'angle de puissance  $\delta$  en degré ?

2°)- Calculer les puissances réactive  $Q_G$ , apparente  $S_G$  et de synchronisme  $P_{syn}$  ?

3°)- Le courant d'excitation est maintenu constant mais la valeur du couple d'entraînement mécanique du générateur est doublée. Déterminer le nouveau point de fonctionnement de l'alternateur ? Quel serait alors dans ce cas le taux de variation de la puissance réactive  $Q_G$  ? Conclusion ?

4°)- On considère le couple initial correspondant à  $P_G = 0,25$  pu et on varie le courant d'excitation à la hausse de 20% (pas saturation). Quel serait alors le taux de variation de  $Q_G$  ? Conclusion ?

**Exercice 5**

Une génératrice triphasée synchrone de tension 30 kV,  $f = 50$  Hz a une réactance synchrone de  $7\Omega$  par phase et une résistance négligeable. Cette génératrice fournit une puissance de 70 MVA avec un facteur de puissance de 0,8 en retard sous une tension de 30 kV à un jeu barre infini ( $V = 1$  pu);

- Déterminer la f.é.m.  $E_q$  et l'angle de charge  $\delta$  ?
- Avec l'excitation maintenue égale à la valeur trouvée en (a), le couple d'entraînement est réduit pour que le générateur délivre une puissance de 45 MW. Déterminer le courant d'induit et le facteur de puissance ?
- Si la génératrice fonctionne avec l'excitation trouvée en (a) quelle est la puissance maximale qu'elle peut livrer en régime stable avant de perdre le synchronisme ?
- Déterminer le courant d'induit correspondant à cette puissance maximale ?

**Solutions :****Solution de l'exercice N°1 :**

La puissance active  $P_G$  en pu fournie par un générateur à pôles lisse est donnée par :

$$P_{G-pu} = \frac{E_q V}{X} \sin(\delta)$$

$$X = X_d = 1 \text{ pu}$$

$$E_q = 1.25 \text{ pu}$$

$$V = 1 \text{ pu Tension du réseau}$$

$$P_G = \frac{(1.25)(1)}{1} \sin(30^\circ) = 0.625 \text{ pu} = 250 \text{ MW} \quad (S_b=400 \text{ MVA})$$

La puissance réactive  $Q_G$  en pu fournie par un générateur à pôles lisse est donnée par :

$$Q_{G-pu} = \frac{E_q V}{X} \cos(\delta) - \frac{V^2}{X} = \frac{(1.25)(1)}{1} \cos(30^\circ) - \frac{1^2}{1} = 0.0825 \text{ pu} = 33 \text{ MVar}$$

**Solution de l'exercice N°2 :**

$$X_d = 100\% = 1 \text{ pu}$$

$$X_q = 60\% = 0.6 \text{ pu}$$

$$E_{q-pu} = U_{pu} = 100\% = 1 \text{ pu}$$

La puissance active  $P_G$  en pu fournie par un générateur à pôles saillants est donnée par :

$$P_{G-pu} = \frac{E_q V}{X_d} \sin(\delta) + V^2 \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin(2\delta)$$

$$P_{G-pu} = \frac{(1)(1)}{1} \sin(45^\circ) + (1)^2 \left( \frac{1}{0.6} - \frac{1}{1} \right) \sin(2(45^\circ)) = 1.3738 \text{ pu}$$

Effet de la saillance :

$$P_{G-pu-Saillance} = V^2 \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin(2\delta) = (1)^2 \left( \frac{1}{0.6} - \frac{1}{1} \right) \sin(2(45^\circ)) = 0.6667 \text{ pu}$$

La saillance de la machine a contribué avec  $\left( \frac{0.6667}{1.3738} \right) = 0.4853 = 48.53\%$  dans la transformation de l'énergie mécanique à une énergie électrique.

**Solution de l'exercice N°3 :**

$$X_d = 1.5 \text{ pu}$$

$$X_q = 1 \text{ pu}$$

$$V_\infty = 1 \text{ pu}$$

$$E_q = 1.4 \text{ pu} \quad V_\infty = 1.6 \text{ pu}$$

$$X_{eq} = X_d + X_l = 1.5 + 0.3 = 1.8 \text{ pu}$$

La puissance active  $P_G$  en pu fournie par le générateur au réseau infini est donnée par :

$$P_{G-pu} = \frac{E_q V_\infty}{X_{eq}} \sin(\delta) + V^2 \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_{eq}} \right) \sin(2\delta)$$

$$P_{G-pu} = \frac{(1.4)(1)}{1.8} \sin(30^\circ) + (1)^2 \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{1.8} \right) \sin(2(30^\circ)) = 0.7738 \text{ pu}$$

La puissance synchronisante est donnée par :

$$P_{syn} = \frac{dp}{d\delta} = \frac{E_q V_\infty}{X_{eq}} \cos(\delta) + 2 V^2 \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_{eq}} \right) \cos(2\delta)$$

$$P_{syn} = \frac{(1.4)(1)}{1.8} \cos(30^\circ) + 2 (1)^2 \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{1.8} \right) \cos(2(30^\circ)) = 1.118 \text{ pu} . \text{ Elle est suffisante pour synchroniser le générateur avec le réseau.}$$

Le facteur de réserve de la stabilité statique est défini par :

$$K_p = 100 \frac{P_m - P_0}{P_0} \quad \%$$

$P_m$  : est obtenu pour  $\delta = 58.5^\circ$  et elle vaut :  $P_m = 1.06 \text{ pu}$

$$P_0 = P_{G-pu}(30^\circ) = 0.7738$$

$$K_p = 100 \frac{1.06 - 0.7738}{0.7738} \quad \% = 36.99\% > 20 \%. \text{ Donc le fonctionnement du générateur est statiquement sûr.}$$

### **Solution de l'exercice N°4 :**

#### **1- Angle de puissance**

$$X = X_d = X_q = 1 \text{ pu}$$

$$E_q = 1.25 \text{ pu}$$

$$P_{G-pu} = 0.25 \text{ pu}$$

$$V = 1 \text{ pu} \text{ Tension du réseau infini}$$

Nous avons :

$$P_{G-pu} = \frac{E_q V}{X} \sin(\delta)$$

$$\text{Alors : } \delta = \text{asin} \left( \frac{X P_{G-pu}}{E_q V} \right) = \text{asin} \left( \frac{(1)(0.25)}{(1.25)(1)} \right) = 0.2014 \text{ rd} = 11.537^\circ$$

#### **2- Puissances $Q_G$ , $S_G$ et $P_{syn}$**

$$Q_{G-pu} = \frac{E_q V}{X} \cos(\delta) - \frac{V^2}{X} = \frac{(1.25)(1)}{1} \cos(11.537^\circ) - \frac{1^2}{1} = 0.2255 \text{ pu}$$

$$S_{G-pu} = \sqrt{P_{G-pu}^2 + Q_{G-pu}^2} = \sqrt{0.25^2 + 0.2255^2} = 0.3367 \text{ pu}$$

$$P_{syn} = \frac{dp}{d\delta} = \frac{E_q V_\infty}{X_{eq}} \cos(\delta) = \frac{(1.25)(1)}{(1)} \cos(11.537^\circ) = 1.2255 \text{ pu}$$

### 3- Doublage de la puissance mécanique à $E_q = \text{const}$ (nouveau point de fonctionnement)

$$P_{G-pu} = 2.0.25 = 0.5 \text{ pu}$$

$$\delta = \text{asin}\left(\frac{X P_{G-pu}}{E_q V}\right) = \text{asin}\left(\frac{(1)(0.5)}{(1.25)(1)}\right) = 0.2014 \text{ rd} = 23.578^\circ \text{ (Elle double pratiquement)}$$

$$Q_{G-pu} = \frac{E_q V}{X} \cos(\delta) - \frac{V^2}{X} = \frac{(1.25)(1)}{1} \cos(23.587^\circ) - \frac{1^2}{1} = 0.1457 \text{ pu}$$

$$\text{Taux}(Q_G) = 100 \frac{0.1457 - 0.2255}{0.2255} = -35.39 \% \text{ (Variation négative)}$$

**Conclusion :** Il y a un fort couplage entre la puissance active et l'angle de charge.

### 4- Augmentation de $E_q$ par 20% à puissance mécanique = const (nouveau point de fonctionnement)

$$E_q = (1.2)(1.25) \text{ pu} = 1.5 \text{ pu}$$

$$P_{G-pu} = 0.25 \text{ pu}$$

$$\delta = \text{asin}\left(\frac{X P_{G-pu}}{E_q V}\right) = \text{asin}\left(\frac{(1)(0.25)}{(1.5)(1)}\right) = 0.2014 \text{ rd} = 9.59^\circ \text{ (Faible variation)}$$

$$Q_{G-pu} = \frac{E_q V}{X} \cos(\delta) - \frac{V^2}{X} = \frac{(1.5)(1)}{1} \cos(9.59^\circ) - \frac{1^2}{1} = 0.479 \text{ pu}$$

$$\text{Taux}(Q_G) = 100 \frac{0.479 - 0.2255}{0.2255} = +112.42 \% \text{ (Une variation très importante)}$$

**Conclusion :** Il y a un fort couplage entre la tension interne (excitation) et l'énergie réactive.

**Solution de l'exercice N°5 :** (Calcul en pu)

Système de base :  $U_B=30$  kV (pour avoir une tension au nœud infini  $V = 1$  pu),  $S_B=100$  MW,

$$Z_B=9 \Omega, I_B = \frac{S_B}{\sqrt{3} U_B} = \frac{100}{\sqrt{3} 30} = 1.9245 \text{ kA} = 1924.5 \text{ A}$$

**a. Angle de puissance**

$$X = 7 \Omega = \frac{7}{9} = 0.7778 \text{ pu}$$

$$S_{G-pu} = 0.7 \text{ pu}, \cos(\varphi) = 0.8 \text{ retardant. Alors, } P_{G-pu} = 0.7 \cos(\varphi) = (0.7)(0.8) = 0.56 \text{ pu}$$

$$\text{et } Q_{G-pu} = \sqrt{(S_{G-pu})^2 - (P_{G-pu})^2} = +0.42 \text{ pu} \quad (\text{Le générateur fournit l'énergie réactive})$$

$V = 1$  pu Tension du réseau infini

Nous avons :

$$P_{G-pu} = \frac{E_q V}{X} \sin(\delta) \text{ et } Q_{G-pu} = \frac{E_q V}{X} \cos(\delta) - \frac{V^2}{X}$$

$$(P_{G-pu})^2 + \left(Q_{G-pu} + \frac{V^2}{X}\right)^2 = \left(\frac{E_q V}{X}\right)^2 \Rightarrow E_q = \left(\frac{X}{V}\right) \sqrt{(P_{G-pu})^2 + \left(Q_{G-pu} + \frac{V^2}{X}\right)^2} = 1.3963 \text{ pu} = 41.889 \text{ kV}$$

$$\text{Alors : } \delta = \arcsin\left(\frac{X P_{G-pu}}{E_q V}\right) = \arcsin\left(\frac{(0.7778)(0.56)}{(1.3963)(1)}\right) = 0.3172 \text{ rd} = 18.17^\circ$$

**b. Courant d'induit et le facteur de puissance pour 45 MW et  $E_q=1.3963$  pu**

$$P_{G-pu} = 0.45 \text{ pu}$$

$$E_q = 1.3963 \text{ pu}$$

$$\delta = \arcsin\left(\frac{X P_{G-pu}}{E_q V}\right) = \arcsin\left(\frac{(0.7778)(0.45)}{(1.3963)(1)}\right) = 0.2534 \text{ rd} = 14.52^\circ$$

$$Q_{G-pu} = \frac{E_q V}{X} \cos(\delta) - \frac{V^2}{X} = \frac{(1.3963)(1)}{0.7778} \cos(14.52^\circ) - \frac{1^2}{0.7778} = +0.4522 \text{ pu}$$

$$S_{G-pu} = \sqrt{(Q_{G-pu})^2 + (P_{G-pu})^2} = 0.6379 \text{ pu}$$

$$\text{Le courant d'induit est donc : } I = \frac{S}{V} = S = 0.6379 \text{ pu} = 1.2277 \text{ kA} = 1227.7 \text{ A}$$

Le facteur de puissance :  $\cos(\varphi) = \frac{P_{G-pu}}{S_{G-pu}} = \frac{0.45}{0.6379} = 0.7054$  Retardant (Le générateur fournit l'énergie réactive)

**c. Puissance maximale pour  $E_q=1.3963$  pu**

Cette puissance correspond à  $\delta = 90^\circ$

$$P_{GMAX-pu} = \frac{E_q V}{X} \sin(\delta) = \frac{(1.3963)(1)}{0.7778} \sin(90^\circ) = 1.7953 \text{ pu} = 179.53 \text{ MW}$$

**d. Courant d'induit et le facteur de puissance pour  $P_G=1.7953$  pu et  $E_q=1.3963$  pu**

$$P_{G-pu} = 1.7953 \text{ pu}$$

$$E_q = 1.3963 \text{ pu}$$

$$\delta = 90^\circ$$

$$Q_{G-pu} = \frac{E_q V}{X} \cos(\delta) - \frac{V^2}{X} = -\frac{V^2}{X} = -\frac{1^2}{0.7778} = -1.2857 \text{ pu}$$

$$S_{G-pu} = \sqrt{(Q_{G-pu})^2 + (P_{G-pu})^2} = 2.2081 \text{ pu}$$

Le courant d'induit est donc :  $I = \frac{S}{V} = S = 2.2081 \text{ pu} = 4.2496 \text{ kA} = 4249.6 \text{ A}$

Le facteur de puissance :  $\cos(\varphi) = \frac{P_{G-pu}}{S_{G-pu}} = \frac{1.7953}{2.2081} = 0.8130$  *Avançant* (Le générateur consomme l'énergie réactive)