

نظريه الاحتمالات

١. احتمال: هو مقياس للاحتمالية وقوع حدث ما.

مثال: تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة. فما هو حدث ظهور رقم خردى.

أ) التجربة: إلقاء حجر النرد.

ب) فراغ العينة: هو كل الاحتمالات. (S)

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

ج) الحدث

$$S_A = \{1, 3, 5\}$$

د) الحالات المواتية «المفضلة»: هي الحالات المحققة للحدث.

$$\text{الاحتمال} = \frac{\text{عدد الحالات المفضلة}}{\text{عدد الحالات الممكنة}}$$

ملحوظة: ← نسبة خردية غير البتة مضمونة بنت (1, 1)

الصفر ← الحدث المستحيل

الواحد ← الحدث المؤكد

$$\text{احتمال ظهور عدد فردى} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

مثال: تم إلقاء حجر نرد فما هو احتمال:

أ) احتمال ظهور عدد فردى (A)، عدد زوجى (B)، عدد أولى (C)

الحل

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$S_A = \{1, 3, 5\}$$

$$P_A = \frac{3}{6} = 0.5$$

$$P_B = \frac{3}{6} = 0.5 \quad S_B = \{2, 4, 6\}$$

$$P_C = \frac{3}{6} = 0.5 \quad S_C = \{1, 3, 5\}$$

مثال ٢

إذا كانت لدينا كيس به ٨ كرات حمراء و ٣ كرات بيضاء

فما احتمال أن تكون الكرة بيضاء

الحل

١١ = عدد الحالات الممكنة → كل فراغ الصبغة

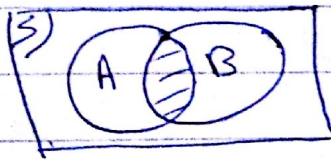
٣ = عدد الحالات المفضلة

$$P = \frac{3}{11}$$

* ————— *

الأحداث

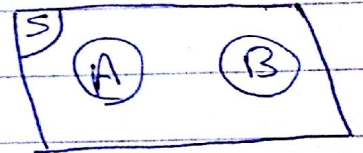
↓
أحداث غير متوافقة



$$P(A \cap B) = \text{قيمة عددية} \leftarrow \text{غير سالبة}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

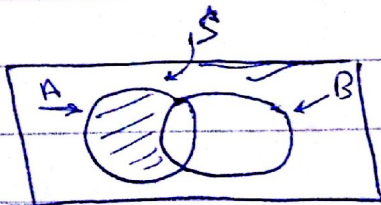
↓
أحداث متوافقة



$$* P(A \cap B) = 0.0 \text{ حدوث الكرتين معاً} \\ \text{حدث A و B}$$

$$* P(A \cup B) \text{ حدث A أو B} \\ = P(A) + P(B)$$

* الحدث المكمل



$$P(A') = 1 - P(A)$$

$$P(A) = \checkmark$$

$$P(A \cap B) = \checkmark$$

$$P\emptyset = 0.0$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

* إذا كان (A, B) حدثين شامليين فإن $P(A) + P(B) = 1$

* إذا كان (A, B) حدثين شامليين ومتباينين فإن

$$P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$$

*

مثال:

إذا سحب ورقة من مجموعة أوراق اللعب (52 ورقة)



(A) احتمال أن تكون الورقة عدد

$$P_A = \frac{40}{52}$$

(B) احتمال أن تكون الورقة ملونة

$$P_B = \frac{12}{52}$$

(C) احتمال أن تكون الورقة من المجموعة \clubsuit

$$P_C = \frac{13}{52}$$

(D) أن تكون الورقة عدد أو ملونة $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$= \frac{40}{52} + \frac{12}{52} - 0.0 = \frac{52}{52}$$

(E) أن تكون الورقة عدد أو ترغل

$$P_E = P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C)$$

$$= \frac{40}{52} + \frac{13}{52} - \frac{10}{52} = \frac{43}{52}$$

(F) أن تكون الورقة عددًا ومن مجموعة ترغل

$$P_F = P(A \cap C) = \frac{10}{52}$$

مثال ۱۰

سه بازیکن (A, B, C) بازی (A, B) را بازی می کنند. اگر بازیکن (C) برنده شود و اگر بازیکن (A) یا (B) برنده شود، هر یک از آن دو بازیکن به صورت تصادفی به بازیکن (C) می دهد. اگر بازیکن (C) برنده شود، هر یک از آن دو بازیکن به صورت تصادفی به بازیکن (C) می دهد. اگر بازیکن (C) برنده شود، هر یک از آن دو بازیکن به صورت تصادفی به بازیکن (C) می دهد.

$$P(A) = P(B) = 3P(C)$$

الف) احتمال اینکه بازیکن (C) برنده شود

ب) احتمال اینکه بازیکن (C) به بازیکن (A) یا (B) بدهد

$$P_A = 3X$$

$$P_B = 3X$$

$$P_C = X$$

$$EP = 1$$

$$3X + 3X + X = 7X = 1 \rightarrow X = \frac{1}{7}$$

$$P_C = 1/7, P_B = 3/7, P_A = 3/7$$

$$P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C)$$

$$\rightarrow 3/7 + 1/7 = 4/7$$