

|  |                         |
|--|-------------------------|
| REPUBLIQUE TUNISIENNE<br>MINISTRE DE L'EDUCATION<br>EXAMEN DU BACCALAUREAT<br>SESSION DE JUIN 2013 | Epreuve : MATHEMATIQUES |
|  | Durée : 2 h             |
|  | Coefficient : 2         |
| Section : Économie et Gestion  | SESSION PRINCIPALE      |

### Exercice 1 :

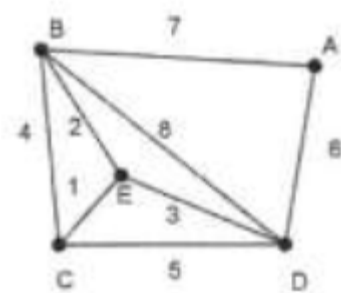
#### 1. Faux

Les sommets E et A ne sont pas adjacents donc le graphe G n'est pas un graphe complet

#### 2. Faux

#### 3. Faux

| Sommets | A | B | C | D | E |
|---------|---|---|---|---|---|
| Degré   | 2 | 4 | 3 | 4 | 3 |



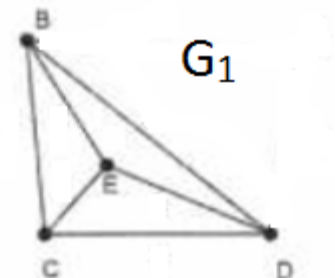
$d^o(C) = 3$  donc le graphe connexe G n'admet pas de cycle eulérien

#### 4. Vrai

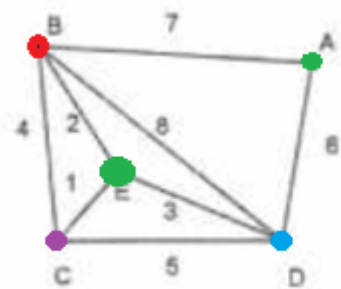
Tous les sommets du graphe connexe G sont de degré paire sauf exactement les deux sommets C et E qui sont de degré impaire donc le graphe G admet une chaîne eulérienne.

#### 5. Vrai

$G_1$  est un graphe complet donc  $\gamma(G_1) = 4$  comme  $G_1$  est un sous graphe complet de G donc  $\gamma(G_1) \leq \gamma(G) \Rightarrow 4 \leq \gamma(G)$



Quatre couleurs suffisent pour colorier le graphe G donc  $\gamma(G) \leq 4$



#### Conclusion :

$$4 \leq \gamma(G) \leq 4 \Rightarrow \gamma(G) = 4$$

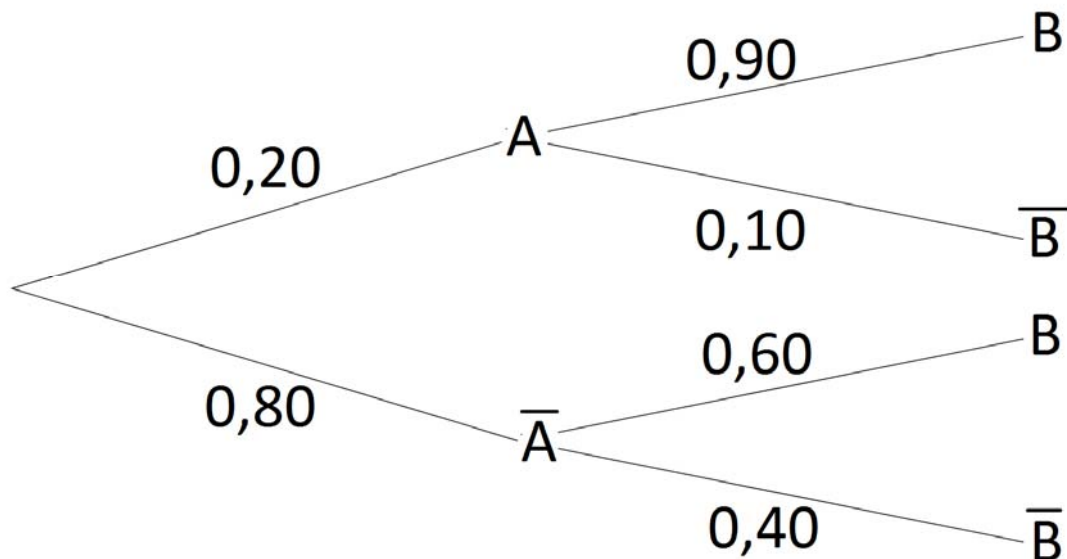
#### 6. Faux

| A | B        | D        | E        | C        | On garde |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0 | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | A        |
|   | 7(A)     | 6(A)     | $\infty$ | $\infty$ | D        |
|   | 7(A)     |          | 9(D)     | 11(D)    | B        |

|  |  |  |      |       |   |
|--|--|--|------|-------|---|
|  |  |  | 9(D) | 11(D) | E |
|  |  |  |      | 10(E) | C |

La longueur du chemin le plus court du sommet A au sommet C est égale 10

### Exercice 2 :



#### 1.

$$p(A) = 0,20$$

$$p(\bar{A}) = 0,80$$

$$p(B/A) = 0,90$$

$$p(\bar{B}/A) = 0,10$$

$$p(B/\bar{A}) = 0,60$$

#### 2. a)

$$p(B \cap A) = p(B/A) \times p(A) = 0,90 \times 0,20 = 0,18$$

$$p(B \cap \bar{A}) = p(B/\bar{A}) \times p(\bar{A}) = 0,60 \times 0,80 = 0,48$$

#### 2. b) $p(B) = p(B \cap A) + p(B \cap \bar{A}) = 0,18 + 0,48 = 0,66$

#### 3. $p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{0,18}{0,66} = 0,27$

### Exercice 3 :

#### 1. a)

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 2(6-4) - (10-6) + (10-9) = 4-4+1 = 1$$

**1. b)**  $\det(A) = 1 \neq 0$  donc A est une matrice inversible

**1. c)**

$$B \times A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I_3$$

**1. d)**  $B \times A = I_3$  donc B est la matrice inverse de A

**2.**

Soient : x le prix unitaire du modèle M<sub>1</sub>, y le prix unitaire du modèle M<sub>2</sub> et z le prix unitaire du modèle M<sub>3</sub>

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ 165 \\ 140 \end{pmatrix} \Leftrightarrow A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ 165 \\ 140 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} 270 \\ 165 \\ 140 \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} 270 \\ 165 \\ 140 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 270 \\ 165 \\ 140 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 25 \\ 35 \end{pmatrix}$$

D'où x = 20 000 DT, y = 25 000 DT et z = 35 000 DT

#### Exercice 4 :

**1. a)**  $f(x) = e^{1-x} - (1-x)e^{1-x} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{1-x} - (1-x)e^{1-x} = 0 - 0 = 0$

Donc la droite d'équation y = 0 est une asymptote horizontale à la courbe C au voisinage de  $+\infty$

**1. b)**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x e^{1-x} = -\infty$  car  $\left( \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty \right) \text{ et } \left( \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{1-x} = +\infty \right)$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x e^{1-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{1-x} = +\infty$  donc la courbe C admet une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées au voisinage de  $-\infty$

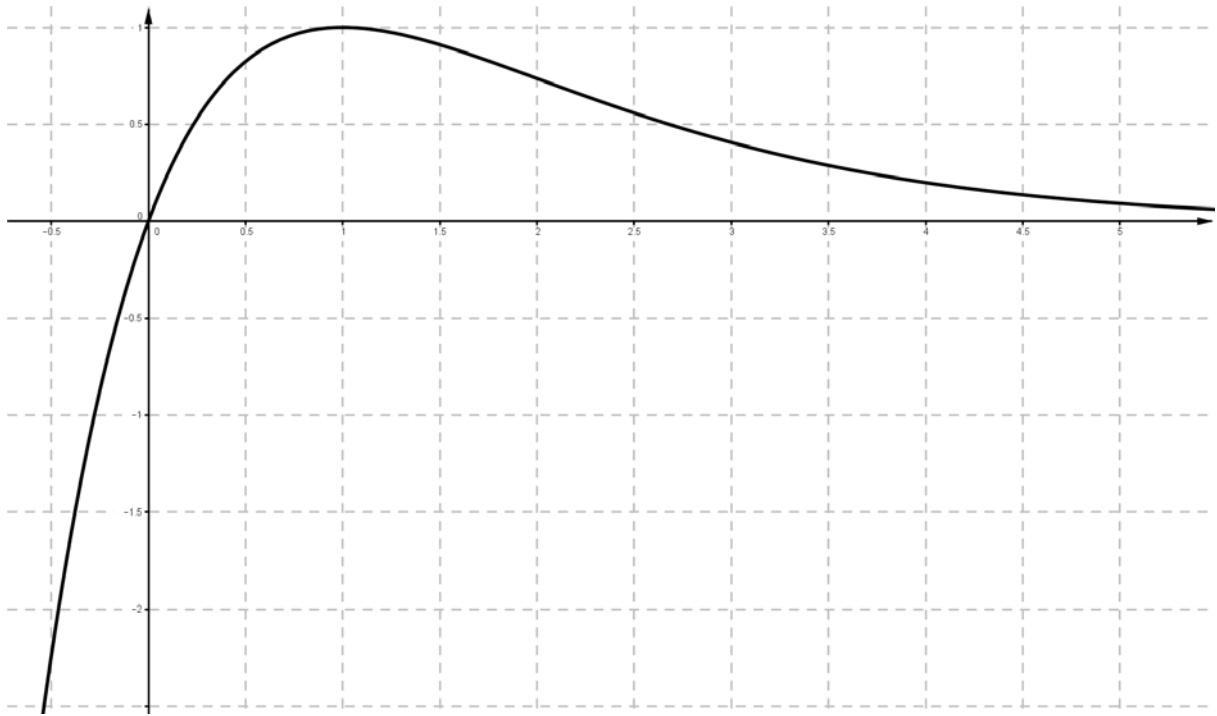
**2. a)**  $f'(x) = 1 \times e^{1-x} + x(-e^{1-x}) = e^{1-x} - x e^{1-x} = (1-x)e^{1-x}$

**2. b)**  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (1-x)e^{1-x} = 0 \Leftrightarrow x = 1$

|         |           |   |           |
|---------|-----------|---|-----------|
| x       | $-\infty$ | 1 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | + | -         |
| $f(x)$  |           |   |           |

**2. c)**  $0 \leq x \leq 1 \Rightarrow f(0) \leq f(x) \leq f(1) \Rightarrow 0 \leq f(x) \leq 1$  (car f est strictement croissante sur  $[0; 1]$ )

**3.**



**4.**

**a)**

- $0 < a < 1 \Rightarrow 0 \leq u_0 \leq 1$
- Supposons que  $0 \leq u_n \leq 1$  et montrons que  $0 \leq u_{n+1} \leq 1$   
On a  $0 \leq u_n \leq 1$  et  $f$  est strictement croissante sur  $[0 ; 1]$  donc  $0 \leq f(u_n) \leq 1$  d'où  $0 \leq u_{n+1} \leq 1$
- Conclusion : pour tout entier naturel  $n$  on a  $0 \leq u_n \leq 1$

**b)** Pour tout entier naturel  $n$  on a  $u_n \leq 1 \Rightarrow -u_n \geq -1 \Rightarrow 1 - u_n \geq 0 \Rightarrow e^{1-u_n} \geq 1$

**c.** Pour tout entier naturel  $n$  on a  $e^{1-u_n} \geq 1$  et  $0 \leq u_n$  donc  $u_n e^{1-u_n} \geq u_n \Rightarrow u_{n+1} \geq u_n$  d'où  $u$  est une suite croissante

**d.** la suite  $u$  est croissante majorée par 1 donc elle converge vers un réel  $l$  vérifiant :

$$le^{1-l} = l \Rightarrow le^{1-l} - l = 0 \Rightarrow l(e^{1-l} - 1) = 0 \Rightarrow l = 0 \text{ ou } e^{1-l} = 1 \Rightarrow l = 0 \text{ ou } l = 1$$

Or  $a \leq u_n \Rightarrow a \leq l$  comme  $0 < a$  donc  $0 < l$  par suite  $l = 1$