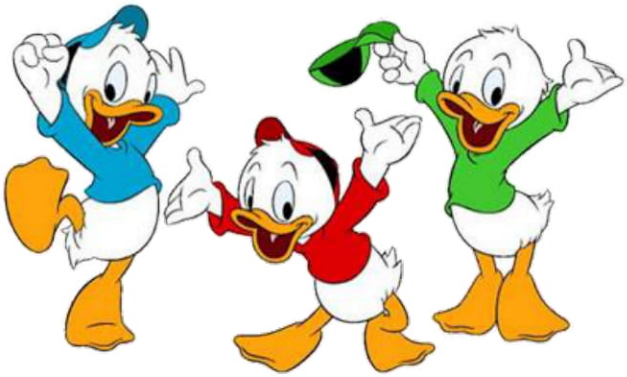


مراجعة نهائية

تالتة إعدادى

الترم الأول

فى

الهندسة

وحساب المثلثات

إعداد وتصميم

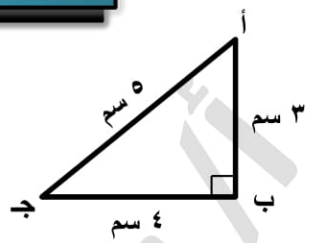
محمود عوض

٠١٢٠٢٥٦٠٢٣٩

M A T H

darsenglizy.com

قوانين حساب المثلثات



جا جـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{٣}{٥}$ جتا جـ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{٤}{٥}$

ظا جـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ = $\frac{٣}{٤}$

لاحظ أن :

جا^{٢}جـ = $(\frac{٣}{٥})^{٢}$ = $\frac{٩}{٢٥}$ جتا^{٢}جـ = $(\frac{٤}{٥})^{٢}$ = $\frac{١٦}{٢٥}$

جا ٣٠ = $\frac{١}{٢}$	جتا ٣٠ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	ظا ٣٠ = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$
جا ٦٠ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	جتا ٦٠ = $\frac{١}{٢}$	ظا ٦٠ = $\sqrt{٣}$
جا ٤٥ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$	جتا ٤٥ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$	ظا ٤٥ = ١

لاحظ أن :

جا^{٢} ٣٠ = $(\frac{١}{٢})^{٢}$ = $\frac{١}{٤}$ جتا^{٢} ٣٠ = $(\frac{\sqrt{٣}}{٢})^{٢}$ = $\frac{٣}{٤}$

ظا^{٢} ٣٠ = $(\frac{١}{\sqrt{٣}})^{٢}$ = $\frac{١}{٣}$ جا^{٢} ٤٥ = $(\frac{١}{\sqrt{٢}})^{٢}$ = $\frac{١}{٢}$

قانون البعد

لحساب البعد بين النقطتين (س١ ، ص١) ، (س٢ ، ص٢)

البعد = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^{٢} + (ص_٢ - ص_١)^{٢}}$

قانون المنتصف

لحساب احداثى المنتصف بين (س١ ، ص١) ، (س٢ ، ص٢)

المنتصف = ($\frac{\text{مجموع السينات}}{٢}$ ، $\frac{\text{مجموع الصادات}}{٢}$)

قوانين حساب الميل م

لو عندك زوجين مرتبين يمر بيهم المستقيم

م = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$

لو عندك زاوية قياسها هـ يصنعها المستقيم

م = ظا هـ

لو عندك معادلة بالشكل ده : ٣س – ٢ ص +٧ = ٠
(السينات والصادات في نفس الطرف)

م = $\frac{\text{– معامل س}}{\text{معامل ص}}$

لو عندك معادلة بالشكل ده : ص = ٣ س - ٥
(الصاد في طرف والسين في طرف)

م = $\frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$

darsenglizy.com

المستقيمان المتوازيان والمتعامدان

لو قالك اثبت أن المستقيمان **متوازيان** :

نحسب: $م_١$ ، $م_٢$ فيكون : $م_١ = م_٢$

لو قالك اثبت أن المستقيمان **متعامدان** :

نحسب: $م_١$ ، $م_٢$ فنجد أن : $م_١ \times م_٢ = -١$

أو : $م_١$ = غير معرف ، $م_٢$ = صفر

لو عطاك مستقيمين **متوازيين** وطلب قيمة مجهول **ك**:

نحسب: $م_١$ ، $م_٢$

ثم نساوى : **الميل المجهول = الميل المعلوم**

لو عطاك مستقيمين **متعامدين** وطلب قيمة مجهول **ك**:

نحسب: $م_١$ ، $م_٢$

ثم نساوى : **الميل المجهول = ـ شقلوب المعلوم**

معادلة الخط المستقيم هى : **ص = م س + جـ** حيث م : الميل ، **جـ** : الجزء المقطوع من محور الصادات

حساب طول الجزء المقطوع من محور الصادات

لو عندك **معادلة** بالشكل ده : ٢س – ٣ ص +٥ = ٠

طول الجزء المقطوع من محور الصادات = $\left|\frac{\text{الحد المطلق}}{\text{معامل ص}}\right|$

لو عندك **معادلة** بالشكل ده : ص = ٧ س - ٣

طول الجزء المقطوع من محور الصادات = |**الحد المطلق**|

قوانين المساحات

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × ع

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

مساحة الدائرة = π نق^٢

مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولى القطرين

مساحة المستطيل = الطول × العرض

محيط الدائرة = ٢ π نق

ملاحظات هامة

- لإيجاد نقطة تقاطع المستقيم مع محور الصادات : نعوض في المعادلة عن س = ٠
- لإيجاد نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات : نعوض في المعادلة عن ص = ٠
- لإثبات أن المثلث منفرج نثبت أن : $(أ جـ)^٢ > (أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢$ حيث أ جـ الأكبر طولا
- لإثبات أن المثلث حـــاد نثبت أن : $(أ جـ)^٢ < (أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢$ حيث أ جـ الأكبر طولا

darsenglizy.com

اثبات ان : أ ب جـ د متوازى أضلاع

باستخدام البعد

نثبت أن : كل ضلعان متقابلان متساويان

أى أن : أ ب = جـ د ، ب جـ = أ د

باستخدام الميل

نثبت أن: كل ضلعان متقابلان متوازيان

أى أن : ميل أ ب = ميل جـ د ∴ أ ب // جـ د

ميل ب جـ = ميل أ د ∴ ب جـ // أ د

اثبات ان : أ ب جـ د مستطيل

باستخدام البعد

١- نثبت أنه متوازى الأضلاع

٢- القطران متساويان أ جـ = ب د

باستخدام الميل

١- نثبت أنه متوازى أضلاع

٢- ضلعان متجاوران متعامدان : ميل أ ب × ميل ب جـ = ـ ١

اثبات ان : أ ب جـ د معين

باستخدام البعد

نثبت أن : أضلاعه الأربعة متساوية في الطول

أى أن : أ ب = ب جـ = جـ د = أ د

باستخدام الميل

١- نثبت أنه متوازى أضلاع

٢- القطران متعامدان: ميل أ جـ × ميل ب د = ـ١

اثبات ان : أ ب جـ د مربع

باستخدام البعد

١- نثبت أن : أضلاعه الأربعة متساوية في الطول

أ ب = ب جـ = جـ د = أ د

٢- نثبت أن : القطران متساويان أ جـ = ب د

باستخدام الميل

١- نثبت أنه متوازى أضلاع

٢- ضلعان متجاوران متعامدان : ميل أب × ميل ب جـ = -١

٣- القطران متعامدان : ميل أ جـ × ميل ب د = -١

اثبات ان : أ ب جـ مثلث قائم في ب

باستخدام البعد

نحسب : طول أ ب ، ب جـ ، أ جـ ثم نربع النواتج

نثبت أن : (أ جـ)^{٢} الأكبر = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

باستخدام الميل

نحسب: ميل أ ب ، ب جـ (المتعامدان)

نثبت أن : ميل أ ب × ميل ب جـ = -١

اثبات ان : النقط أ،ب،جـ تقع على استقامة واحدة

باستخدام البعد

نحسب : طول أب ، ب جـ ، أ جـ

نثبت أن : الطول الأكبر = مجموع الطولين الآخرين

باستخدام الميل

نثبت أن: ميل أ ب = ميل ب جـ

اثبات أن النقط أ ، ب ، جـ تمر بدائرة مركزها م

نحسب : أ م ، ب م ، جـ م بالبعد

فيكون : أ م = ب م = جـ م = نق

اثبات أن أ ب جـ د شبه منحرف (بالميل)

نثبت أن : ضلعان متوازيان وضلعان غير متوازيان

أي أن : ميل ب جـ = ميل أ د ، ميل أ ب ≠ ميل جـ د

اثبات أن أ ب جـ مثلث فقط (بالبعد)

نحسب : أ ب ، ب جـ ، أ جـ بالبعد

فيكون : مجموع طولى أي ضلعين > طول الثالث

أ أن : أ ب + ب جـ > أ جـ

اثبات أن أ ب جـ مثلث منفرج (بالبعد)

نحسب : طول أ ب ، ب جـ ، أ جـ ثم نربع النواتج

نثبت أن : (أ جـ)^{٢} الأكبر > (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

darsenglizy.com

ملاحظات عامة

١ إذا كان المستقيم يمر بنقطتين ويوازى محور الصادات فإن : السينات تكون متشابهة
مثال: إذا كان المستقيم يمر بالنقطتين (٣ ، ٥) ، (س ، ٤) ويوازى محور الصادات فإن س = ٣

إذا كان المسستقيم يمر بنقطتين ويوازى محور السينات فإن : الصادات تكون متشابهة
مثال: إذا كان المستقيم يمر بالنقطتين (٢ ، -٤) ، (٦ ، ك) ويوازى محور السينات فإن ك = -٤

٢ المستقيم الموازى لمحور السينات ميله = صفر ، بينما الموازى لمحور الصادات ميله غير معرف

٣ لو عرفت ميل مستقيم تقدر تعرف ميل العمودى عليه (شقلب وغير الإشارة)
مثال : إذا كان ميل مستقيم = $\frac{-٢}{٣}$ يكون ميل العمودى عليه = $\frac{٣}{٢}$

٤ إذا كان المستقيم يصنع زاوية **حادة** مع الاتجاه الموجب لمحور السينات يكون الميل **موجب**
إذا كان المستقيم يصنع زاوية **منفرجة** مع الاتجاه الموجب لمحور السينات يكون الميل **سالب**

---

٥ لإثبات أن القطران أجـ ، ب د ينصف كل منهما الآخر نثبت أن: منتصف أ جـ = منتصف ب د

٦ بعد النقطة عن محور الصادات = س ، بعد النقطة عن محور السينات = ص
مثال : بعد النقطة (-٥ ، -٢) عن محور الصادات = ٥ ، بعد النقطة (-٣، ٤) عن محور السينات = ٤

٧ لو عندك البعد معلوم فإن : $(\text{البعد})^{٢} = (\text{س}_{٢} - \text{س}_{١})^{٢} + (\text{ص}_{٢} - \text{ص}_{١})^{٢}$
مثال: إذا كان البعد بين النقطتين (٠ ، ١) ، (أ ، ٠) هو ١ فإن : $١^{٢} = \text{أ}^{٢} + ١^{٢}$ $\text{أ}^{٢} = ٠$ أ = ٠

٨ طول نصف قطر الدائرة = البعد بين مركز الدائرة وأى نقطة على الدائرة

---

٩ معادلة المستقيم الذى ميله يساوى واحد ويمر بنقطة الأصل هى : ص = س

١٠ معادلة المستقيم الموازى لمحور السينات ويمر بالنقطة (أ ، ب) هي : ص = ب
مثال: المستقيم الموازى لمحور السينات ويمر بالنقطة (٢، ٥) معادلته هي : ص = ٥

١١ معادلة المستقيم الموازى لمحور الصادات ويمر بالنقطة (أ ، ب) هي : س = أ
مثال: المستقيم الموازى لمحور الصادات ويمر بالنقطة (٣، ٤) معادلته هي : س = ٣

١٢ إذا كان المستقيم يمر بنقطة الأصل فإن الجزء المقطوع من محور الصادات جـ = صفر

---

١٣ جا الزاوية = جتا المتمة لها فمثلا: جا ٢٠ = جتا ٧٠ ، جا ٥٠ = جتا ٤٠

١٤ ظا أ = $\frac{\text{جا أ}}{\text{جتا أ}}$ فمثلا : ظا ٣٠ = $\frac{\text{جا ٣٠}}{\text{جتا ٣٠}}$ ، $\frac{\text{جا ٥٠}}{\text{جتا ٥٠}}$ = ظا ٥٠

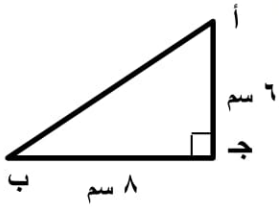
١٥ إذا كان جتا هـ = ٠,٧١٥٢ فإن ق $(\hat{\text{هـ}})$ = shift cos ٠,٧١٥٢ = ٤٤,٢°

١٦ مجموع قياس الزاويتان المتتامتان = ٩٠° ، مجموع قياس الزاويتان المتكاملتان = ١٨٠°

تصميم محمود عوض
معلم رياضيات
darsenglizy.com

١ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى جـ̂
فيه أ جـ = ٦سم ، ب جـ = ٨ سم أوجد :
١) جتا أ جتا ب - جا أ جا ب ٢) ق (ب̂)

الحل



(أ ب)^{٢} = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠
∴ أ ب = ١٠ سم

١) جتا أ جتا ب - جا أ جا ب

= $\frac{٦}{١٠}$ × $\frac{٨}{١٠}$ - $\frac{٨}{١٠}$ × $\frac{٦}{١٠}$ = $\frac{٤٨}{١٠٠}$ - $\frac{٤٨}{١٠٠}$ = صفر

٢) ∵ جا ب = $\frac{٦}{١٠}$ ∴ ق (ب̂) = shift sin $\frac{٦}{١٠}$ = ٣٦,٥

٢ أوجد قيمة س التي تحقق
٢ جا س = ظا^{٢} ٦٠ ـ ٢ ظا ٤٥
حيث س زاوية حادة

الحل

٢ جا س = ظا^{٢} ٦٠ ـ ٢ ظا ٤٥

٢ جا س = ($\sqrt{٣}$)^{٢} ـ ٢ × ١

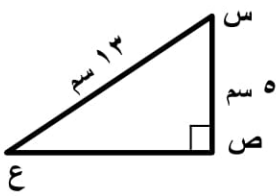
٢ جا س = ٣ ـ ٢

٢ جا س = ١

جا س = $\frac{١}{٢}$ ∴ س = ٣٠

٣ س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص
فيه س ص = ٥سم ، س ع = ١٣ سم أوجد:
١) ظا س + ظا ع ٢) جتا س جتا ع – جا س جا ع

الحل



(ص ع)^{٢} = ١٦٩ - ٢٥ = ١٤٤

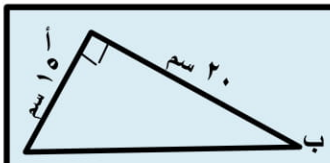
ص ع = ١٢ سم

١) ظا س + ظا ع = $\frac{١٢}{٥}$ + $\frac{٥}{١٢}$ = $\frac{١٦٩}{٦٠}$

٢) جتا س جتا ع – جا س جا ع =

$\frac{٥}{١٣}$ × $\frac{١٢}{١٣}$ – $\frac{١٢}{١٣}$ × $\frac{٥}{١٣}$ = $\frac{٦٠}{١٦٩}$ – $\frac{٦٠}{١٦٩}$ = صفر

٤ فى الشكل المقابل :
أ جـ = ١٥ سم ، أب=٢٠ سم
اثبت أن :
جتا جـ جتا ب – جا جـ جا ب = صفر



الحل

(ب جـ)^{٢} = ٢٠^{٢} + ١٥^{٢} = ٦٢٥ ب جـ = ٢٥ سم

الأيمن = جتا جـ جتا ب – جا جـ جا ب

= $\frac{١٥}{٢٥}$ × $\frac{٢٠}{٢٥}$ – $\frac{٢٠}{٢٥}$ × $\frac{١٥}{٢٥}$

= $\frac{٣٠٠}{٦٢٥}$ – $\frac{٣٠٠}{٦٢٥}$ = صفر

٥ إذا كانت النسبة بين قياسى زاويتين متكاملتين كنسبة ٣ : ٥ فأوجد مقدار كل منهما بالقياس الستينى

الحل

قياس الزاوية الأولى = ٣ م ، قياس الزاوية الثانية = ٥ م
∵ الزاويتان متكاملتان ∴ مجموع قياسهما = ١٨٠
∴ ٣م + ٥م = ١٨٠ ⟸ ٨م = ١٨٠ ⟸ م = ٢٢,٥
الأولى = ٣م = ٣ × ٢٢,٥ = ٦٧,٥ =
الثانية = ٥م = ٥ × ٢٢,٥ = ١١٢,٥ =

٦ أوجد قيمة المقدار التالى مبينا خطوات الحل :
جا ٤٥ جتا ٤٥ + جا ٣٠ جتا ٦٠ – جتا^{٢} ٣٠

الحل

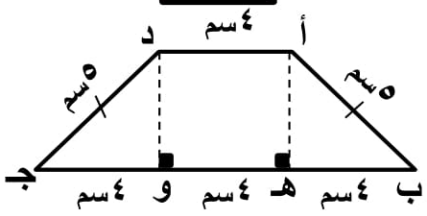
المقدار = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ × $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ + $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ – ($\frac{\sqrt{٣}}{٢}$)^{٢}

= $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٤}$ – $\frac{٣}{٤}$ = صفر

darsenglizy.com

٧ أ ب جـ د شبه منحرف متساوى الساقين فيه
أ د // ب جـ ، أ د = ٤سم ، أ ب= ٥سم ، ب جـ = ١٢سم
اثبت أن : $\frac{٥ \text{ ظا ب جتا جـ}}{\text{جا}^٢ \text{جـ} + \text{جتا}^٢ \text{ب}} = ٣$

الحل



العمل: نرسم أ هـ ، د و ⊥ ب جـ

∴ الشكل أ هـ و د مستطيل

∴ هـ و = ٤ سم ، ب هـ = و جـ = ٤ سم

فى Δ أ هـ ب من فيثاغورث :

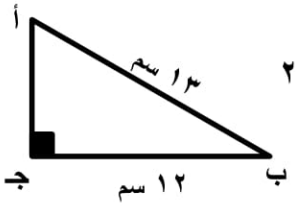
$(\text{أ هـ})^٢ = ٢٥ - ١٦ = ٩$

∴ أ هـ = ٣ سم ∴ د و = ٣ سم

الأيمن= $\frac{٥ \text{ ظا ب جتا جـ}}{\text{جا}^٢ \text{جـ} + \text{جتا}^٢ \text{ب}} = \frac{٥ \times \frac{٣}{٤} \times \frac{٤}{٥}}{(\frac{٣}{٥})^٢ + (\frac{٤}{٥})^٢} = \frac{٣}{١} = ٣$

٩ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في جـ
أب = ١٣ سم ، ب جـ = ١٢ سم
١) اثبت أن : جا أ جتا ب + جتا أ جا ب = ١
٢) أوجد : ١ + ظا^{٢}أ

الحل



$(\text{أ جـ})^٢ = ١٦٩ - ١٤٤ = ٢٥$

∴ أ جـ = ٥ سم

١) جا أ جتا ب + جتا أ جا ب =

$\frac{١٢}{١٣} \times \frac{١٢}{١٣} + \frac{٥}{١٣} \times \frac{٥}{١٣} = \frac{١٤٤}{١٦٩} + \frac{٢٥}{١٦٩}$

$= \frac{١٦٩}{١٦٩} = ١$

٢) ١ + ظا^{٢}أ = ١ + $(\frac{١٢}{٥})^٢$ = ١ + $\frac{١٤٤}{٢٥} = \frac{١٦٩}{٢٥}$

٨ أوجد قيمة س التي تحقق :
ظا س = ٤ جتا ٦٠ جا ٣٠
حيث س زاوية حادة

الحل

ظا س = ٤ × $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$

ظا س = ٤ × $\frac{١}{٤}$

ظا س = ١

∴ س = ٤٥

١٠ بدون استخدام الآلة أوجد قيمة س حيث :
٢ جا س = جا٣٠ جتا٦٠ + جتا٣٠ جا ٦٠

الحل

٢ جا س = $\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} + \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

٢ جا س = $\frac{١}{٤} + \frac{٣}{٤}$

٢ جا س = ١

∴ جا س = $\frac{١}{٢}$ ∴ س = ٣٠

١١ اثبت أن : جا^٢ ٣٠ = ٥ جتا^٢ ٦٠ ـ ظا^٢ ٤٥

الحل

الأيمن = جا^٢ ٣٠ = $(\frac{١}{٢})^٢$ = $\frac{١}{٤}$

الأيسر = ٥ جتا^٢ ٦٠ ـ ظا^٢ ٤٥

= ٥ × $(\frac{١}{٢})^٢$ ـ $١^٢$

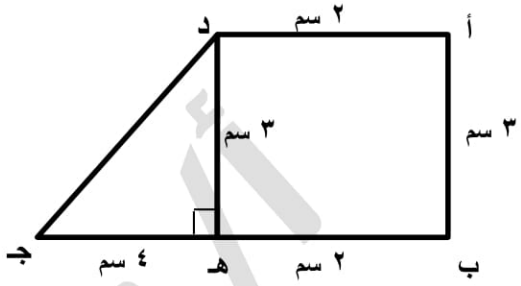
= ٥ × $\frac{١}{٤}$ ـ ١ = $\frac{٥}{٤}$ ـ ١ = $\frac{١}{٤}$

∴ الأيمن = الأيسر

تصميم محمود عوض معلم رياضيات

١٢ أ ب جـ د شبه منحرف فيه أ د // ب جـ ، ق (ب̂) = ٩٠°
، أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٦ سم ، أ د = ٢ سم
أوجد طول د جـ ثم أوجد قيمة جتا ب ج̂ د

الحل



نرسم د هـ عمودى على ب جـ

∴ الشكل أ ب هـ د مستطيل

د هـ = ٣ سم ، هـ جـ = ٦ - ٢ = ٤ سم

في Δ د هـ جـ : من فيثاغورث

(د جـ)^{٢} = ٣^{٢} + ٤^{٢} = ٢٥

∴ د جـ = ٥ سم

جتا (ب جـ د) = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{٤}{٥}$

١٣ أوجد قيمة هـ حيث هـ زاوية حادة إذا كان:
جا هـ = جا ٦٠ جتا ٣٠ – جتا ٦٠ جا ٣٠

الحل

الأيسر = جا ٦٠ جتا ٣٠ – جتا ٦٠ جا ٣٠

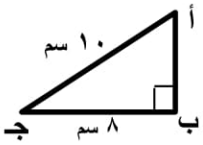
= $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ – $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$

= $\frac{٣}{٤}$ – $\frac{١}{٤}$ = $\frac{٢}{٤}$ = $\frac{١}{٢}$

جا هـ = $\frac{١}{٢}$ ∴ هـ = ٣٠°

١٤ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب
فيه أ جـ = ١٠ سم ، ب جـ = ٨ سم
اثبت أن : جا^{٢} أ + ١ = ٢ جتا^{٢} جـ + جتا^{٢} أ

الحل



(أ ب)^{٢} = ١٠٠ – ٦٤ = ٣٦

∴ أ ب = ٦ سم

الأيمن = ($\frac{٨}{١٠}$)^{٢} + ١ = $\frac{٦٤}{١٠٠}$ + ١ = $\frac{١٦٤}{١٠٠}$

الأيسر = ٢ × ($\frac{٨}{١٠}$)^{٢} + ($\frac{٦}{١٠}$)^{٢} × ٢ = $\frac{٦٤}{١٠٠}$ + $\frac{٣٦}{١٠٠}$

= $\frac{١٢٨}{١٠٠}$ + $\frac{٣٦}{١٠٠}$ = $\frac{١٦٤}{١٠٠}$

∴ الأيمن = الأيسر

١٥ بدون استخدام الآلة اثبت أن :
جتا ٦٠ = ٢ جتا^{٢} ٣٠ – ١

الحل

الأيمن = جتا ٦٠ = $\frac{١}{٢}$

الأيسر = ٢ × ($\frac{\sqrt{٣}}{٢}$)^{٢} – ١ = ٢ × $\frac{٣}{٤}$ - ١ = $\frac{١}{٢}$

∴ الأيمن = الأيسر

١٦ إذا كان جا هـ ظا ٣٠ = جتا^{٢} ٤٥ فأوجد ق (هـ̂)
حيث هـ زاوية حادة

الحل

جا هـ × $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ = ($\frac{١}{\sqrt{٢}}$)^{٢}

جا هـ × $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ = $\frac{١}{٢}$

جا هـ = $\frac{١}{٢}$ × $\sqrt{٣}$ جا هـ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

∴ ق (هـ̂) = ٦٠°

darsenglizy.com

١ اثبت أن المثلث الذى رؤوسه النقط
أ (٥،-٥) ، ب (-١،٧) ، جـ (١٥،١٥)
قائم الزاوية فى ب ، ثم أوجد مساحته

الحل

أ ب = $\sqrt{(-١ - ٥)^٢ + (٧ - -٥)^٢} = \sqrt{(-٦)^٢ + (١٢)^٢}$

$= \sqrt{٣٦ + ١٤٤} = \sqrt{١٨٠}$

ب جـ = $\sqrt{(١٥ - -١)^٢ + (١٥ - ٧)^٢} = \sqrt{(١٦)^٢ + (٨)^٢}$

$= \sqrt{٢٥٦ + ٦٤} = \sqrt{٣٢٠}$

أ جـ = $\sqrt{(١٥ - ٥)^٢ + (١٥ - -٥)^٢} = \sqrt{(١٠)^٢ + (٢٠)^٢}$

$= \sqrt{١٠٠ + ٤٠٠} = \sqrt{٥٠٠}$

$(\text{أ جـ})^٢ = ٥٠٠$

$(\text{أب})^٢ + (\text{ب جـ})^٢ = ١٨٠ + ٣٢٠ = ٥٠٠$

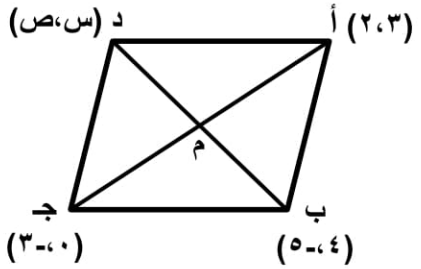
∵ $(\text{أ جـ})^٢ = (\text{أب})^٢ + (\text{ب جـ})^٢$ ∴ المثلث قائم فى ب

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × ع

$= \frac{\sqrt{١٨٠} \times \sqrt{٣٢٠}}{٢} = ١٢٠$

٢ أ ب جـ د متوازى أضلاع فيه
أ (٢،٣) ، ب (٤،-٥) ، جـ (٠،-٣) أوجد احداثى
نقطة تقاطع قطريه ثم أوجد إحداثى نقطة د

الحل



نقطة تقاطع القطرين هى م منتصف أ جـ

م منتصف أ جـ = $\left(\frac{٠ + ٣}{٢} ، \frac{-٣ + ٢}{٢}\right) = \left(\frac{٣}{٢} ، \frac{-١}{٢}\right)$

نفرض أن النقطة د هى (س ، ص)

∵ منتصف أ جـ = منتصف ب د

$\left(\frac{٣}{٢} ، \frac{-١}{٢}\right) = \left(\frac{٤ + س}{٢} ، \frac{-٥ + ص}{٢}\right)$

المسقط الثانى = المسقط الثانى	المسقط الأول = المسقط الأول
$\frac{-٥ + ص}{\cancel{٢}} = \frac{-١}{\cancel{٢}}$	$\frac{٤ + س}{\cancel{٢}} = \frac{٣}{\cancel{٢}}$
-٥ + ص = -١	٤ + س = ٣
ص = ٤	س = -١

إحداثى د = (-١ ، ٤)

٣ اثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (-٣،٤) ، (-٣،-٢)
عمودى على المستقيم المار بالنقطتين (١،٢) ، (-٣،٢)

الحل

$م_١ = \frac{-٢ - ٤}{-٣ - -٣} = \frac{-٦}{٠}$ غير معرف

$م_٢ = \frac{٢ - ٢}{-٣ - ١} = \frac{٠}{-٤}$ = صفر

∴ المستقيمان متعامدان

اثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، ٣) ،
(٢ ، ٤) يوازى المستقيم ٣ص – س – ١ = ٠

الحل

$م_١ = \frac{٤ - ٣}{٢ - -١} = \frac{١}{٣}$ $م_٢ = \frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{١}{٣}$

∵ $م_١ = م_٢$ ∴ المستقيمان متوازيان

darsenglizy.com

٥ إذا كانت جـ (٦ ، -٤) هى منتصف أ ب حيث أ (٥ ، - ٣) فأوجد إحداثى نقطة ب

الحل

نفرض أن : ب (س ، ص)

إحداثى المنتصف = (مجموع السينات / ٢ ، مجموع الصادات / ٢)

(٦ ، -٤) = (٥ + س / ٢ ، -٣ + ص / ٢)

٥ + س / ٢ = ٦ | -٣ + ص / ٢ = -٤

٥ + س = ١٢ | -٣ + ص = -٨

س = ٧ | ص = -٥

∴ إحداثى ب = (٧ ، -٥)

٦ اثبت أن النقط أ (٣،-١) ، ب (-٤،٦) ، جـ (٢، -٢) الواقعة فى مستوى إحداثى متعامد تمر بها دائرة واحدة مركزها النقطة م (-١،٢) ثم أوجد محيط الدائرة

الحل

أ م = √((٣- -١)² + (-١ -٢)²) = √((٤)² + (-٣)²)

= √(١٦ + ٩) = √٢٥ = ٥

ب م = √((-٤- -١)² + (٦ -٢)²) = √((-٣)² + (٤)²)

= √(٩ + ١٦) = √٢٥ = ٥

جـ م = √((٢- -١)² + (-٢ -٢)²) = √((٣)² + (-٤)²)

= √(٩ + ١٦) = √٢٥ = ٥

∵ أ م = ب م = جـ م ∴ النقط تمر بها دائرة واحدة

محيط الدائرة = ٢π نق = ٢ × ٣,١٤ × ٥ = ٣١,٤

٧ إذا كان المستقيم ل١ يمر بالنقطتين (٣،١) ، (٢،ك) والمستقيم ل٢ يصنع زاوية قياسها ٤٥° فأوجد قيمة ك إذا كان ل١ // ل٢

الحل

م١ = (ك - ١) / (٢ - ٣) = (ك - ١) / -١ م٢ = ظا ٤٥ = ١

∵ المستقيمان متوازيان المجهول = المعلوم

(ك - ١) / -١ = ١ (مقص) ← ك - ١ = -١

ك = -١ + ١ ∴ ك = صفر

٨ إذا كان المستقيم ل١ يمر بالنقطتين (٣،١) ، (٢،ك) والمستقيم ل٢ يصنع زاوية قياسها ٤٥° فأوجد قيمة ك إذا كان المستقيمان متعامدان

الحل

م١ = (ك - ١) / (٢ - ٣) = (ك - ١) / -١ م٢ = ظا ٤٥ = ١

∵ المستقيمان متعامدان ∴ المجهول = - شقلوب المعلوم

(ك - ١) / -١ = -١ ← ك - ١ = ١

ك = ١ + ١ ∴ ك = ٢

٩ اثبت أن النقط أ (-٣،-١) ، ب (٦،٥) ، جـ (٣،٣) تقع على استقامة واحدة

الحل

ميل أ ب = فرق الصادات / فرق السينات = (٥ - -١) / (٦ - -٣) = ٦ / ٩ = ٢ / ٣

ميل ب جـ = فرق الصادات / فرق السينات = (٣ - ٥) / (٣ - ٦) = -٢ / -٣ = ٢ / ٣

∵ ميل أ ب = ميل ب جـ

∴ النقط تقع على استقامة واحدة

أوجد الميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذى معادلته ٢س - ٣ص - ٦ = ٠

الحل

الميل = - معامل س / معامل ص = -٢ / -٣ = ٢ / ٣

طول الجزء المقطوع من محور الصادات

= | الحد المطلق / معامل ص | = | -٦ / -٣ | = ٢

darsenglizy.com

١٠ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣،-٥) ويوازى المستقيم س + ٢ص – ٧ = ٠

الحل

ص = م س + جـ

م٢ = $\frac{\text{– معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = $\frac{-١}{٢}$ ∴ م١ = $\frac{-١}{٢}$

بالتعويض عن س= ٣ ، ص = -٥ ، م = $\frac{-١}{٢}$

-٥ = $\frac{-١}{٢}$ × ٣ + جـ ⬅ -٥ = $\frac{-٣}{٢}$ + جـ

جـ = -٥ + $\frac{٣}{٢}$ = $\frac{-٧}{٢}$ ∴ المعادلة هى: ص = $\frac{-١}{٢}$ س + $\frac{-٧}{٢}$

١٢ أوجد معادلة المستقيم العمودى على أ ب من نقطة منتصفها حيث أ(١،٣) ، ب (٣،٥)

الحل

م٢ = $\frac{٥ - ٣}{٣ - ١}$ = $\frac{٢}{٢}$ = ١ ⬅ م١ = -١ (لأن المستقيمان متعامدان)

منتصف أ ب = ($\frac{١ + ٣}{٢}$ ، $\frac{٣ + ٥}{٢}$) = ($\frac{٤}{٢}$ ، $\frac{٨}{٢}$) = (٢،٤)

∵ المستقيم يمر بالنقطة (٢،٤) نأخذ س=٢ ، ص=٤

ص= م س + جـ ⬅ ٤ = -١ × ٢ + جـ ⬅ ٤ = -٢ + جـ

جـ = ٦ ∴ المعادلة هى: ص = - س + ٦

١٤ أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع من محورى الإحداثيات السينى والصادى جزءين موجبين طوليهما ٤ ، ٩

الحل

ص = م س + جـ

∵ المستقيم يمر بالنقطتين (٤،٠) ، (٠،٩)

م = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$ = $\frac{٩ - ٠}{٠ - ٤}$ = $\frac{٩}{-٤}$ ، جـ = ٩

∴ المعادلة هى: ص= $\frac{-٩}{٤}$ س + ٩

١١ إذا كانت أ (-٣،٤) ، ب (٥،-١) ، جـ (٣،٥) فأوجد معادلة المستقيم المار بالرأس أ وينصف ب جـ

الحل

منتصف ب جـ = ($\frac{٥ + ٣}{٢}$ ، $\frac{-١ + ٥}{٢}$) = ($\frac{٨}{٢}$ ، $\frac{٤}{٢}$) = (٤،٢)

المستقيم يمر بالنقطة أ (-٣،٤) وبمنتصف ب جـ (٤،٢)

م = $\frac{٢ - ٤}{٤ - -٣}$ = $\frac{-٢}{٧}$

∵ المستقيم يمر بالنقطة (٤،٢) ∴ س = ٤ ، ص = ٢

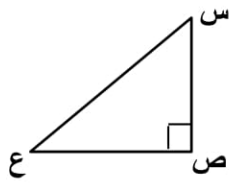
٢ = $\frac{-٢}{٧}$ × ٤ + جـ ⬅ ٢ = $\frac{-٨}{٧}$ + جـ ⬅ جـ = ٢ + $\frac{٨}{٧}$

جـ = $\frac{٢٢}{٧}$ ∴ المعادلة هى: ص = $\frac{-٢}{٧}$ س + $\frac{٢٢}{٧}$

١٣ إذا كان المثلث الذى رؤوسه النقط ص (٤،٢) ، س (٣،٥) ، ع (-٥،أ) قائم الزاوية فى ص فأوجد قيمة أ

الحل

∵ Δ قائم فى ص ∴ س ص ، ص ع متعامدان



ميل س ص = $\frac{٢ - ٥}{٤ - ٣}$ = -٣

ميل ص ع = $\frac{أ - ٢}{-٥ - ٤}$ = $\frac{أ - ٢}{-٩}$

∵ س ص ، ص ع متعامدان ∴ المجهول = - شقلوب المعلوم

$\frac{أ - ٢}{-٩}$ = $\frac{١}{٣}$ أ - ٢ = -٣ ∴ أ = -١

١٥ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (١،٣) ،(-١،-٣) ثم اثبت أنه يمر بنقطة الأصل

الحل

ص = م س + جـ م = $\frac{-٣ - ٣}{-١ - ١}$ = $\frac{-٦}{-٢}$ = ٣

من الزوج (١،٣) بالتعويض عن : س = ١ ، ص = ٣

٣ = ٣ × ١ + جـ ⬅ ٣ = ٣ + جـ ⬅ جـ = ٠

∴ المعادلة هى : ص = ٣س

لإثبات أنه يمر بنقطة الأصل نعوض عن س = ٠

∴ ص = ٣×٠ = ٠ ∴ يمر بنقطة الأصل

darsenglizy.com

١٦ بين نوع المثلث الذى رؤوسه النقط أ (٣،٣) ، ب (١،٥) ، جـ (١،٣) بالنسبة لأضلاعه

الحل

أ ب = $\sqrt{(١-٣)^٢ + (٥ - ٣)^٢} = \sqrt{(-٢)^٢ + (٢)^٢}$

= $\sqrt{٤ + ٤}$ = $\sqrt{٨}$

ب جـ = $\sqrt{(١ - ١)^٢ + (٣ - ٥)^٢} = \sqrt{(٠)^٢ + (-٢)^٢}$

= $\sqrt{٠ + ٤}$ = $\sqrt{٤}$ = ٢

أ جـ = $\sqrt{(١ - ٣)^٢ + (٣ - ٣)^٢} = \sqrt{(-٢)^٢ + (٠)^٢}$

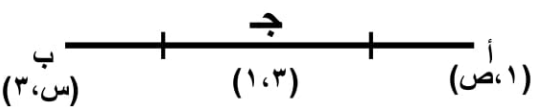
= $\sqrt{٤ + ٠}$ = $\sqrt{٤}$ = ٢

∵ ب جـ = أ جـ ∴ Δ متساوى الساقين

تصميم محمود عوض
معلم رياضيات

١٨ إذا كانت النقطة (٣،١) في منتصف البعد بين النقطتين (١،ص) ، (س،٣) فأوجد النقطة (س،ص)

الحل



إحداثى المنتصف = ($\frac{\text{مجموع السينات}}{٢}$ ، $\frac{\text{مجموع الصادات}}{٢}$)

∴ (١،٣) = ($\frac{١ + س}{٢}$ ، $\frac{ص + ٣}{٢}$)

$\frac{١ + س}{٢}$ = ٣ | $\frac{ص + ٣}{٢}$ = ١

١ + س = ٦ | ص + ٣ = ٢

س = ٥ | ص = ـ ١

∴ (س ، ص) = (٥ ، ـ١)

١٧ أ ب جـ د شكل رباعى حيث أ (٥،٣) ، ب (٦،-٢) ، جـ (١،-١) ، د (٠،٤) اثبت أن الشكل أ ب جـ د معين واوجد مساحته

الحل

أ ب = $\sqrt{(٦ - ٥)^٢ + (-٢ - ٣)^٢} = \sqrt{(١)^٢ + (-٥)^٢}$

= $\sqrt{١ + ٢٥}$ = $\sqrt{٢٦}$

ب جـ = $\sqrt{(١ - ٦)^٢ + (-١ - -٢)^٢} = \sqrt{(-٥)^٢ + (١)^٢}$

= $\sqrt{٢٥ + ١}$ = $\sqrt{٢٦}$

جـ د = $\sqrt{(٠ - ١)^٢ + (٤ - -١)^٢} = \sqrt{(-١)^٢ + (٥)^٢}$

= $\sqrt{١ + ٢٥}$ = $\sqrt{٢٦}$

أ د = $\sqrt{(٠ - ٥)^٢ + (٤ - ٣)^٢} = \sqrt{(-٥)^٢ + (١)^٢}$

= $\sqrt{٢٥ + ١}$ = $\sqrt{٢٦}$

نحسب القطران أ جـ ، ب د

أ جـ = $\sqrt{(١ - ٥)^٢ + (-١ - ٣)^٢} = \sqrt{(-٤)^٢ + (-٤)^٢}$

= $\sqrt{١٦ + ١٦}$ = $\sqrt{٣٢}$

ب د = $\sqrt{(٠ - ٦)^٢ + (٤ - -٢)^٢} = \sqrt{(-٦)^٢ + (٦)^٢}$

= $\sqrt{٣٦ + ٣٦}$ = $\sqrt{٧٢}$

∵ أ ب = ب جـ = جـ د = أ د ، أ جـ ≠ ب د

∴ الشكل معين

مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × $\sqrt{٣٢}$ × $\sqrt{٧٢}$ = ٢٤

١٩ اثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (٢،-١) ، (٦،٣) يوازى المستقيم الذى يصنع زاوية قياسها ٤٥°

الحل

$م_١$ = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$ = $\frac{٣ - -١}{٦ - ٢}$ = $\frac{٤}{٤}$ = ١

$م_٢$ = ظا ٤٥ = ١

∵ $م_١$ = $م_٢$ ∴ المستقيمان متوازيان

darsenglizy.com

٢٠ مستقيم ميله $\frac{١}{٢}$ ويقطع من محور الصادات جزءا طوله وحدتان أوجد :

١) معادلة المستقيم ٢) نقطة تقاطعه مع محور السينات

الحل

ص = م س + جـ م = $\frac{١}{٢}$ ، جـ = ٢

∴ المعادلة هي: ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٢

لإيجاد نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات نعوض في المعادلة عن ص = ٠

٠ = $\frac{١}{٢}$ س + ٢

$\frac{١}{٢}$ س = ـ ٢ ⇐ س = ـ٢×٢ = ـ٤

∴ نقطة التقاطع مع محور السينات هي (ـ٤،٠)

٢١ أوجد ميل المستقيم العمودى على المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، -٢) ، (٥ ، ١)

الحل

م٢ = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$ = $\frac{١ - -٢}{٥ - ٢}$ = $\frac{٣}{٣}$ = ١

∵ المستقيمان متعامدان ∴ م١ = $\frac{-١}{م٢}$ = -١

٢٢ أ ب جـ د شكل رباعى حيث أ (٢،٤) ، ب (-٣،٠) ، جـ (-٧،٥) ، د (-٢،٩)

اثبت أن الشكل أ ب جـ د مربع وأوجد مساحته

الحل

أ ب = $\sqrt{(٢ - -٣)^٢ + (٤ - ٠)^٢}$ = $\sqrt{(٥)^٢ + (٤)^٢}$

= $\sqrt{٢٥ + ١٦}$ = $\sqrt{٤١}$

ب جـ = $\sqrt{(-٧ - -٣)^٢ + (٥ - ٠)^٢}$ = $\sqrt{(-٤)^٢ + (٥)^٢}$

= $\sqrt{١٦ + ٢٥}$ = $\sqrt{٤١}$

جـ د = $\sqrt{(-٢ - -٧)^٢ + (٩ - ٥)^٢}$ = $\sqrt{(-٥)^٢ + (٤)^٢}$

= $\sqrt{٢٥ + ١٦}$ = $\sqrt{٤١}$

أ د = $\sqrt{(-٢ - ٢)^٢ + (٩ - ٤)^٢}$ = $\sqrt{(-٤)^٢ + (٥)^٢}$

= $\sqrt{١٦ + ٢٥}$ = $\sqrt{٤١}$

نحسب القطران أ جـ ، ب د

أ جـ = $\sqrt{(-٧ - ٢)^٢ + (٥ - ٤)^٢}$ = $\sqrt{(-٩)^٢ + (١)^٢}$

= $\sqrt{٨١ + ١}$ = $\sqrt{٨٢}$

ب د = $\sqrt{(-٢ - -٣)^٢ + (٩ - ٠)^٢}$ = $\sqrt{(-١)^٢ + (٩)^٢}$

= $\sqrt{١ + ٨١}$ = $\sqrt{٨٢}$

∵ أ ب = ب جـ = جـ د = أ د ، أ جـ = ب د

∴ الشكل مربع

مساحة المربع = $\sqrt{٤١}$ × $\sqrt{٤١}$ = ٤١

٢٣ اثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (٢،٣) ، (٠،٠) يوازى المستقيم المار بالنقطتين (-١،٤) ، (١،٧)

الحل

م١ = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$ = $\frac{٣ - ٠}{٢ - ٠}$ = $\frac{٣}{٢}$

م٢ = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$ = $\frac{٧ - ٤}{١ - -١}$ = $\frac{٣}{٢}$

∵ م١ = م٢ ∴ المستقيمان متوازيان

٢٤ أوجد الميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم $\frac{س}{٢}$ + $\frac{ص}{٣}$ = ١

الحل

لاحظ أن : معامل س = $\frac{١}{٢}$ ، معامل ص = $\frac{١}{٣}$

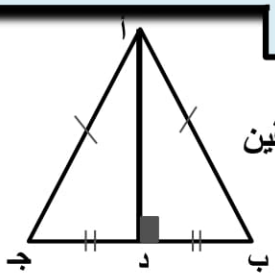
الميل = $\frac{\text{ـ معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = ـ $\frac{١}{٢}$ ÷ $\frac{١}{٣}$ = ـ $\frac{١}{٢}$ × $\frac{٣}{١}$ = $\boxed{\frac{-٣}{٢}}$

طول الجزء المقطوع = $\left|\frac{\text{الحد المطلق}}{\text{معامل ص}}\right|$ = ١ ÷ $\frac{١}{٣}$ = ٣

darsenglizy.com

٢٥ اثبت أن النقط أ (-٣،٠) ، ب (٣،٤) ، جـ (١،-٦) هي رؤوس مثلث متساوى الساقين رأسه أ ، ثم أوجد طول القطعة المستقيمة المرسومة من أ وعمودية على ب جـ

الحل



لإثبات أن المثلث متساوى الساقين رأسه أ

نثبت أن : أ ب = أ جـ

أ ب = $\sqrt{(-٣ - ٣)^٢ + (٤ - ٠)^٢}$ = $\sqrt{(٦)^٢ + (٤)^٢}$

= $\sqrt{٣٦ + ١٦}$ = $\sqrt{٥٢}$

أ جـ = $\sqrt{(١ - -٣)^٢ + (-٦ - ٠)^٢}$ = $\sqrt{(٤)^٢ + (-٦)^٢}$

= $\sqrt{١٦ + ٣٦}$ = $\sqrt{٥٢}$

أ ب = أ جـ Δ متساوى الساقين

∵ أ د ⊥ ب جـ ∴ د هي منتصف ب جـ

د (منتصف ب جـ) = ($\frac{٣+١}{٢}$ ، $\frac{٤+-٦}{٢}$) = (٢ ، -١)

أ (-٣،٠) ، د (٢،-١)

∴ أ د = $\sqrt{(٢ - -٣)^٢ + (-١ - ٠)^٢}$ = $\sqrt{(٥)^٢ + (-١)^٢}$

= $\sqrt{٢٥ + ١}$ = $\sqrt{٢٦}$ وحدة طول

٢٦ أوجد معادلة المستقيم الذى ميله يساوى ميل المستقيم $\frac{ص - ١}{س} = \frac{١}{٣}$ ويقطع جزءا سالبا من محور الصادات مقداره ٣ وحدات

الحل

نظبط شكل المعادلة $\frac{ص - ١}{س} = \frac{١}{٣}$ (مقص)

٣ص - ٣ = س ٣ص - س - ٣ = ٠

الميل = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{١}{٣}$ ، جـ = - ٣

∴ المعادلة هي : ص = $\frac{١}{٣}$ س - ٣

٢٧ اثبت أن النقط أ (٦،٠) ، ب (٢،-٤) ، جـ (-٤،٢) هي رؤوس مثلث قائم الزاوية في ب ، ثم أوجد إحداثى نقطة د التي تجعل الشكل أ ب جـ د مستطيلا

الحل

أ ب = $\sqrt{(٢ - ٦)^٢ + (-٤ - ٠)^٢}$ = $\sqrt{(-٤)^٢ + (-٤)^٢}$

= $\sqrt{١٦ + ١٦}$ = $\sqrt{٣٢}$

ب جـ = $\sqrt{(-٤ - ٢)^٢ + (٢ - -٤)^٢}$ = $\sqrt{(-٦)^٢ + (٦)^٢}$

= $\sqrt{٣٦ + ٣٦}$ = $\sqrt{٧٢}$

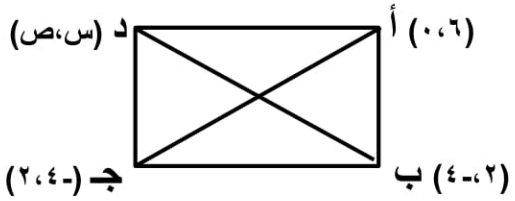
أ جـ = $\sqrt{(-٤ - ٦)^٢ + (٢ - ٠)^٢}$ = $\sqrt{(-١٠)^٢ + (٢)^٢}$

= $\sqrt{١٠٠ + ٤}$ = $\sqrt{١٠٤}$

(أجـ)^٢ = ١٠٤

(أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢ = ٧٢+٣٢ = ١٠٤

∵ (أ جـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢ ∴ المثلث قائم



منتصف أ جـ = ($\frac{٦+-٤}{٢}$ ، $\frac{٠ + ٢}{٢}$)= (١ ، ١)

نفرض أن د = (س ، ص)

منتصف ب د = ($\frac{\text{مجموع السينات}}{٢}$ ، $\frac{\text{مجموع الصادات}}{٢}$)

(١ ، ١)= ($\frac{٢ + س}{٢}$ ، $\frac{-٤ + ص}{٢}$)

المسقط الأول = المسقط الأول	المسقط الثانى = المسقط الثانى
$\frac{٢ + س}{٢}$ = ١	$\frac{-٤ + ص}{٢}$ = ١
٢ + س = ٢	-٤ + ص = ٢
س = ٠	ص = ٦

∴ إحداثى د = (٠ ، ٦)

darsenglizy.com

٢٨ إذا كانت النقط (١،٠) ، (أ ،٣) ، (٢،٥) تقع على استقامة واحدة فأوجد قيمة أ

الحل

نحسب الميل من النقطة (٠ ، ١) والنقطة (أ ، ٣)

$$م_١ = \frac{٣ - ١}{أ - ٠} = \frac{٢}{أ}$$

نحسب الميل من النقطة (٠ ، ١) والنقطة (٢ ، ٥)

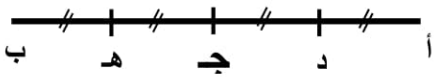
$$م_٢ = \frac{٥ - ١}{٢ - ٠} = \frac{٤}{٢} = ٢$$

∵ النقط تقع على استقامة واحدة ∴ $م_١ = م_٢$

∴ $\frac{٢}{أ} = ٢$ ∴ ٢ أ = ٢ ∴ أ = ١

٢٩ إذا كانت أ (١،-٦) ، ب (٢،٩) فأوجد إحداثيات النقط التى تقسم أ ب إلى أربعة أجزاء متساوية فى الطول

الحل



إحداثى جـ (منتصف أب) = $\left(\frac{١+٩}{٢} ، \frac{٢+٦-}{٢}\right)$ = (٥ ،-٢)

إحداثى د (منتصف أجـ) = $\left(\frac{١+٥}{٢} ، \frac{٢-+٦-}{٢}\right)$ = (٣ ،-٤)

إحداثى هـ (منتصف جـ ب) = $\left(\frac{٥+٩}{٢} ، \frac{٢+٢-}{٢}\right)$ = (٧ ، ٠)

٣١ إذا كانت أ(-١ ، -١) ، ب (٢ ، ٣) ، جـ (٦ ، ٠) ، د (٣ ، -٤) اثبت أن أ جـ ، ب د ينصف كل منهما الآخر

الحل

منتصف أ جـ = $\left(\frac{-١ + ٦}{٢} ، \frac{-١ + ٠}{٢}\right) = \left(\frac{٥}{٢} ، \frac{-١}{٢}\right)$

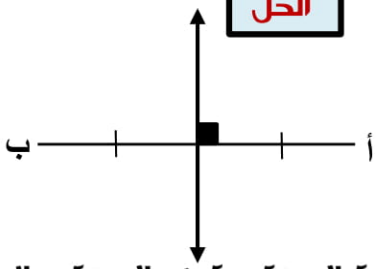
منتصف ب د = $\left(\frac{٢ + ٣}{٢} ، \frac{٣ + -٤}{٢}\right) = \left(\frac{٥}{٢} ، \frac{-١}{٢}\right)$

∵ منتصف أ جـ = منتصف ب د

∴ أ جـ ، ب د ينصف كل منهما الآخر

٣٠ إذا كانت أ (-٢،٣) ، ب (٠،٥) فأوجد معادلة محور تماثل $\overline{أ ب}$

الحل



محور تماثل القطعة المستقيمة هو المستقيم العمودى عليها من منتصفها

ميل أ ب = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}} = \frac{٥ - ٣}{٠ - -٢} = \frac{٢}{٢} = ١$

∵ محور التماثل ⊥ $\overline{أ ب}$ ∴ ميل محور التماثل = -١

لحساب قيمة جـ :

∵ محور التماثل يمر بنقطة منتصف أ ب

منتصف أ ب = $\left(\frac{\text{مجموع السينات}}{٢} ، \frac{\text{مجموع الصادات}}{٢}\right)$

= $\left(\frac{-٢ + ٠}{٢} ، \frac{٣ + ٥}{٢}\right)$ = (-١ ، ٤)

∴ محور التماثل يمر بالنقطة (-١ ، ٤)

بالتعويض في المعادلة

ص = م س + جـ

٤ = -١ × -١ + جـ

٤ = ١ + جـ

جـ = ٣

معادلة محور التماثل هي : ص = – س + ٣

٣٢ أوجد معادلة المستقيم الذى ميله ٢ ويمر بالنقطة (١ ، ٠)

الحل

ص = م س + جـ

من الزوج المرتب (١،٠) نعوض عن س = ١ ، ص = ٠

٠ = ٢ × ١ + جـ

٠ = ٢ + جـ

∴ جـ = -٢ ∴ المعادلة هى: ص = ٢س – ٢

darsenglizy.com

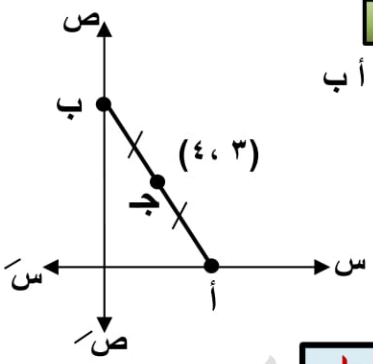
١ في الشكل المقابل :

النقطة جـ (٣ ، ٤) منتصف أ ب

أوجد :

١- إحداثى كل من أ ، ب

٢- معادلة أ ب



الحل

∵ أ تقع على محور السينات ∴ أ = (س ، ٠)

∵ ب تقع على محور الصادات ∴ ب = (٠ ، ص)

منتصف أ ب = (مجموع السينات / ٢ ، مجموع الصادات / ٢)

(٣ ، ٤) = ((س + ٠)/٢ ، (ص + ٠)/٢)

س/٢ = ٣ ، س = ٦ ، ∴ أ = (٦ ، ٠)

ص/٢ = ٤ ، ص = ٨ ، ∴ ب = (٠ ، ٨)

معادلة أ ب : ص = م س + جـ

ميل أ ب = (٨ − ٠)/(٠ − ٦) = ٨/−٦ = −٤/٣ ، جـ = ٨

∴ معادلة أ ب هي $\boxed{ص = -\frac{٤}{٣} س + ٨}$

٢ في الشكل المقابل :

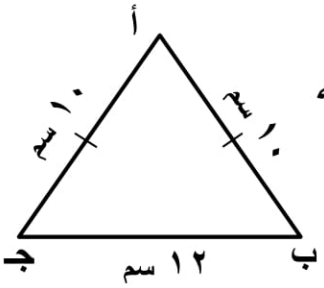
أ ب جـ Δ متساوى الساقين فيه

أ ب = أ جـ = ١٠ سم ،

، ب جـ = ١٢ سم

أوجد : ١) جا ب

٢) ق (ب̂) ٣) مساحة سطح Δ أ ب جـ

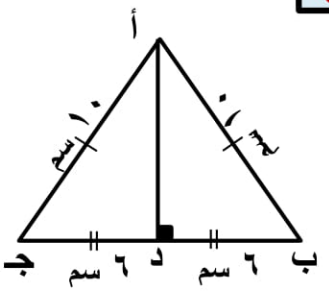


الحل

العمل : نرسم أ د ⊥ ب جـ

∴ أ د ينصف ب جـ

∴ ب د = ٦سم



في Δ أ د ب من فيثاغورث :

(أ د)² = (أ ب)² − (ب د)² = ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤

∴ أ د = ٨ سم

∵ جا ب = المقابل / الوتر = ٨/١٠ = ٤/٥

∴ ق(ب̂) = Shift Sin ٤/٥ =

مساحة سطح Δ = ١/٢ القاعدة × الارتفاع

= ٦ × ٨ = ٤٨ سم²

٣ في الشكل المقابل :

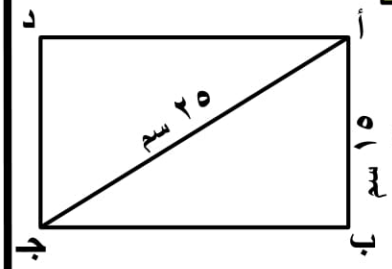
أ ب جـ د مستطيل فيه

أ ب = ١٥سم ، أ جـ = ٢٥سم

أوجد :

١- طول ب جـ

٢- ق (أ جـ̂ ب) ٣- مساحة المستطيل أ ب جـ د



الحل

(ب جـ)² = (أ جـ)² − (أ ب)² = ٦٢٥ − ٢٢٥ = ٤٠٠

∴ ب جـ = ٢٠ سم المطلوب الأول

∵ جا (أ جـ ب) = المقابل / الوتر = ١٥/٢٥

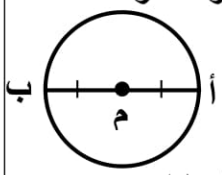
ق (أ جـ̂ ب) = Shift Sin ١٥/٢٥ = ٣٦,٥°

مساحة المستطيل = الطول × العرض = ١٥ × ٢٠ = ٣٠٠

٤ أ ب قطر في الدائرة التي مركزها م

حيث ب (٨ ، ١١) ، م ((٥ ، ٧) فأوجد :

١) إحداثى النقطة أ ٢) طول قطر الدائرة



الحل

مركز الدائرة م هو منتصف القطر أ ب

نفرض أن احداثى أ = (س ، ص)

المنتصف = (مجموع السينات / ٢ ، مجموع الصادات / ٢)

(٥ ، ٧) = ((س + ٨)/٢ ، (ص + ١١)/٢)

(س + ٨)/٢ = ٥ ، س + ٨ = ١٠ ، ∴ س = ٢

(ص + ١١)/٢ = ٧ ، ص + ١١ = ١٤ ، ∴ ص = ٣

إحداثى أ = (٢ ، ٣)

طول نصف قطر الدائرة هو البعد بين المركز و أي نقطة على الدائرة

طول نصف القطر م ب = √((٨ − ٥)² + (١١ − ٧)²) = ٥

طول القطر = ٥ × ٢ = ١٠ وحدة طول

darsenglizy.com

٥ إذا كان بعد النقطة (س،٥) عن النقطة (٦،١) يساوى ٢ $\sqrt{٥}$ فأوجد قيمة س

الحل

أهم حاجة انك تعوض في القانون عن قيمة البعد كالآتى

البعد = $\sqrt{\text{فرق السينات}^{٢} + \text{فرق الصادات}^{٢}}$

٢ $\sqrt{٥}$ = $\sqrt{(\text{س} - ٦)^{٢} + (٥ - ١)^{٢}}$

٢ $\sqrt{٥}$ = $\sqrt{(\text{س} - ٦)^{٢} + ١٦}$ بتربيع الطرفين

٤ × ٥ = $(\text{س} - ٦)^{٢} + ١٦$

٢٠ = $(\text{س} - ٦)^{٢} + ١٦$ ننقل الـ ١٦ بإشارة مخالفة

٢٠ − ١٦ = $(\text{س} - ٦)^{٢}$

٤ = $(\text{س} - ٦)^{٢}$ بأخذ الجذر التربيعى للطرفين

س − ٦ = ٢ ∴ س = ٨

س − ٦ = −٢ ∴ س = ٤

٧ إذا كانت أ (س ، ٣) ، ب (٣ ، ٢) ، جـ (٥ ، ١) وكانت أ ب = ب جـ فأوجد قيمة س

الحل

ب جـ = $\sqrt{(٣ - ٥)^{٢} + (٢ - ١)^{٢}}$ = $\sqrt{٤ + ١}$ = $\sqrt{٥}$

∵ أ ب = ب جـ

∴ $\sqrt{٥}$ = $\sqrt{(\text{س} - ٣)^{٢} + (٣ - ٢)^{٢}}$ بتربيع الطرفين

٥ = $(\text{س} - ٣)^{٢} + ١$

$(\text{س} - ٣)^{٢}$ = ٤ بأخذ الجزر التربيعى للطرفين

∴ س − ٣ = ٢ ∴ س = ٥

أو س − ٣ = −٢ ∴ س = ١

٦ اثبت باستخدام الميل أن النقط أ (−١ ، ٣) ، ب (٥ ، ١) ، جـ (٦ ، ٤) ، د (٠ ، ٦) هى رؤوس مستطيل

الحل

ميل أ ب = $\frac{١ - ٣}{٥ - -١}$ = $\frac{-٢}{٦}$ = $\frac{-١}{٣}$

ميل ب جـ = $\frac{٤ - ١}{٦ - ٥}$ = ٣

ميل جـ د = $\frac{٦ - ٤}{٠ - ٦}$ = $\frac{٢}{-٦}$ = $\frac{-١}{٣}$

ميل أ د = $\frac{٦ - ٣}{٠ - -١}$ = ٣

∵ ميل أ ب = ميل جـ د ∴ أ ب // جـ د

∵ ميل ب جـ = ميل أ د ∴ ب جـ // أ د

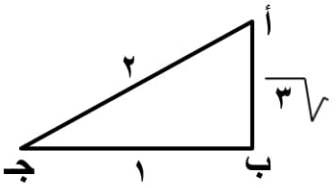
∴ الشكل متوازى أضلاع

∵ ميل أ ب × ميل ب جـ = $\frac{-١}{٣}$ × ٣ = −١

∴ أ ب ⊥ ب جـ ∴ الشكل مستطيل

٨ إذا كان ٢ أ ب = $\sqrt{٣}$ أ جـ فأوجد النسب المثلثية للزاوية جـ

الحل



∵ ٢ أ ب = $\sqrt{٣}$ أ جـ

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

من فيثاغورث : $(\text{ب جـ})^{٢}$ = ٤ − ٣ = ١

∴ ب جـ = ١ ∴ ق (جـ) = ٦٠

جا جـ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، جتا جـ = $\frac{١}{٢}$ ، ظا جـ = $\sqrt{٣}$

darsenglizy.com

أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :-

١ إذا كان ظا (س+١٠) = ١ حيث س زاوية حادة فإن ق (س̂) = ...

(أ) ٣٥ (ب) ٤٥ (جـ) ١١ (د) ٤٠

٢ ميل المستقيم الموازى لمحور السينات = ...

(أ) -١ (ب) صفر (جـ) ١ (د) غير معرف

الحل: .....

٣ إذا كان أ ب قطر فى دائرة م حيث أ (٣ ، -٥) ، ب (٥ ، ١) فإن مركز الدائرة م هو .....

(أ) (-٤،-٢) (ب) (٤،-٢) (جـ) (٢،٢) (د) (٨،-٢)

الحل: .....

٤ ٤ جتا ٣٠ ظا ٦٠ = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) $\sqrt{٣}$

الحل: .....

٥ إذا كان جا٢س = ٠,٥ وكانت س زاوية حادة فإن ق(س̂) = ...

(أ) ٧٠ (ب) ٦٠ (جـ) ١٥ (د) ٣٠

الحل: .....

٦ بعد النقطة (٢،-٤) عن محور السينات = ...

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) -٤ (د) ٦

٧ الخط المستقيم الذى معادلته ٣ص = ٢ س + ٦ يقطع جزءا من محور الصادات طوله = ... وحدة طول

(أ) ٦ (ب) ١ (جـ) ٢ (د) -٣

٨ إذا كان المستقيم ل س – ٥ ص + ٧ = صفر يوازى محور السينات فإن ل = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٥ (د) ٧

الحل : .....

٩ ميل المستقيم الذى معادلته ٣ س – ٤ ص + ١٢ = ٠ هو .....

(أ) $\frac{-٤}{٣}$ (ب) $\frac{-٣}{٤}$ (جـ) $\frac{٤}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

الحل: .....

١٠ بعد النقطة (٣ ، ٤) عن نقطة الأصل = ... وحدة طول

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ٥

darsenglizy.com

١١ المستقيم الذى معادلته ٢ س – ٣ ص – ٦ = ٠ يقطع من محور الصادات جزءا طوله .....

(أ) -٦ (ب) -٢ (جـ) ٢ (د) $\frac{٢}{٣}$

الحل: .....

١٢ معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٣،-٥) ويوازى محور الصادات هى .....

(أ) س = ٣ (ب) ص = -٥ (جـ) ص = ٢ (د) س = -٥

الحل: .....

١٣ إذا كان $\overleftrightarrow{أ ب}$ // $\overleftrightarrow{جـ د}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ = ٠,٧٥ فإن ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ = ...

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (جـ) ٠,٢٥ (د) ٠,٥٧

الحل: .....

١٤ البعد العمودى بين المستقيمين س – ٢ = ٠ ، س + ٣ = ٠ يساوى .....

(أ) ١ (ب) ٥ (جـ) ٢ (د) ٣

الحل: .....

١٥ إذا كان جا هـ = جتا هـ فإن ق($\hat{هـ}$) = ...

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٦٠ (د) ٩٠

١٦ إذا كانت (٢،٣) منتصف $\overline{أ ب}$ حيث أ (٣،-٢) فإن إحداثى ب هو .....

(أ) (٦،٣) (ب) (٠،٠) (جـ) (٦،٠) (د) (٥،١)

١٧ طول القطعة المستقيمة المرسومة بين النقطتين (٠،٠) ، (١٢،٥) = ... وحدة طول

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) ١٣

الحل: .....

١٨ معادلة المستقيم الذى ميله يساوى ٣ ويمر بنقطة الأصل هى.....

(أ) س=٣ (ب) ص=٣ (جـ) ص=٣س (د) ص= -٣س

الحل: .....

١٩ الخط المستقيم ص – ٢ س – ٥ = ٠ يقطع من المحور الصادى جزءا طوله ..... وحدة طول

(أ) ٢ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) ١٠

الحل: .....

٢٠ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب ،فيه أ (-٣،٤) ، ب (-١،-٢) فإن ميل $\overleftrightarrow{ب جـ}$ = ...

(أ) -٣ (ب) ٣ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{-١}{٣}$

الحل: .....

تعمق
محمود عوض
تراكيب لغوية

darsenglizy.com

٢١ إذا كان أ ب ⊥ جـ د ، وكان ميل أ ب = $\frac{٢}{٣}$ فإن ميل جـ د = ...

(أ) $\frac{٣}{٢}$ (ب) $\frac{-٣}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{٤}{٩}$

الحل: .....

٢٢ ظا أ = ...

(أ) جا أ جتا أ (ب) $\frac{\text{جا أ}}{\text{جتا أ}}$ (جـ) $\frac{\text{جتا أ}}{\text{جا أ}}$ (د) $\frac{١}{\text{جتا أ}}$

٢٣ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (١،ص) ، (٣،٤) ميله يساوى ظا ٤٥ فإن ص = ...

(أ) ١ (ب) ٤ (جـ) -١ (د) ٢

٢٤ إذا كان المستقيمان س + ص = ٥ ، ك س + ٢ ص = ٠ متعامدين فإن ك = ...

(أ) -٢ (ب) -١ (جـ) ١ (د) ٢

٢٥ إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{-٣}{٢}$ ، $\frac{٦}{ك}$ متوازيان فإن ك = ...

(أ) ٦ (ب) -٤ (جـ) $\frac{٣}{٢}$ (د) ٢

الحل: .....

٢٦ إذا كان $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ يوازى محور الصادات حيث جـ (ك ، ٤) ، د (-٥ ، ٧) فإن ك = ...

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) -٥ (د) ٤

٢٧ معادلة الخط المستقيم المار بنقطة الأصل وميله = ١ هي .....

(أ) ص = س (ب) ص = - س (جـ) ص = ٢س (د) ص = ٠

٢٨ طول نصف قطر الدائرة التي مركزها (٠ ، ٠) ، وتمر بالنقطة (٣ ، ٤) يساوى .....

(أ) ٧ (ب) ١ (جـ) ١٢ (د) ٥

٢٩ ٤ جا ٦٠ ظا ٦٠ = ...

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ١٢ (د) ٥

٣٠ إذا كان $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ يوازى محور السينات حيث أ (٨ ، ٣) ، د (٢ ، ك) فإن ك = ...

(أ) ١ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ٨

تصميم محمود عوض معلم رياضيات

darsenglizy.com

تراكمى

١) عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع = ...

(أ) ١ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) صفر

الحل: .....

٢) المثلث أ ب جـ فيه أ ب > أ جـ فإن ق (ب̂) ..... ق (جـ̂)

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ≥

٣) قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع = ...

(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (جـ) ١٢٠ (د) ٤٥

٤) محيط الدائرة = ...

(أ) π نق (ب) π نق^{٢} (جـ) ٢ π نق (د) ٤ π نق

٥) Δ أ ب جـ المتساوى الساقين إذا كان إحدى زوايا القاعدة = ٣٠° فإن قياس زاوية الرأس = ...

(أ) ١٢٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٧٥ (د) ٣٠

٦) أ ب جـ د متوازى أضلاع ن فإذا كان ق (أ) = ٤٠° فإن ق (ب) = ...

(أ) ٤٠ (ب) ٨٠ (جـ) ١٢٠ (د) ١٤٠

٧) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ..... من جهة الرأس

(أ) ١ : ١ (ب) ٢ : ٣ (جـ) ١ : ٢ (د) ٢ : ١

٨) إذا كان طولا ضلعين فى مثلث متساوى الساقين ٢ سم ، ٥ سم فإن طول الضلع الثالث = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٥ (د) ٧

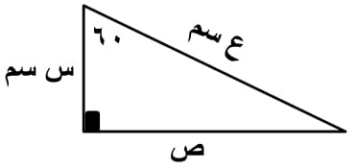
٩) مساحة المربع الذى محيطه ١٦ سم = ... سم^{٢}

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ١٦ (د) ٢٥٦

١٠) مجموع طولى أي ضلعين في مثلث ..... طول الضلع الثالث.

(أ) أصغر من (ب) يساوى (جـ) أكبر من (د) ضعف

١١) في الشكل المقابل :



(أ) س +ص =ع (ب) ع = س^{٢} + ص^{٢} (جـ) ٢س = ع (د) ص = ٢ ع

١٢) أسطوانة دائرية قائمة إذا كان ارتفاعها = طول نصف قطر قاعدتها نق فإن حجمها = ... سم^{٣}

(أ) π نق^{٣} (ب) ٢ π نق^{٢} (جـ) ٢ π نق^{٣} (د) $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}

darsenglizy.com

محافظة .....
مديرية التربية والتعليم
امتحان شهادة إتمام الدراسة بمرحلة التعليم الاساسى
الفصل الدراسى الأول ٢٠٢١ م

١

المادة : الهندسة وحساب المثلثات — الزمن : ساعتان

لاحظ أن : ١) الأسئلة تقع فى ورقة واحدة من صفحتين ٢) يسمح باستخدام الآلة الحاسبة

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول :

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :-

١) ٢ جا ٣٠ ظا ٦٠ = ...

(أ) $\sqrt{٣}$ (ب) ٣ (جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (د) $\frac{١}{٢}$

٢) المستقيم الذى معادلته ٣ص = ٢س – ٦ يقطع من محور الصادات جزءًا طوله .....

(أ) -٦ (ب) ٢ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) -٢

٣) إذا كان س + ص = ٥ ، ك س + ٢ ص = ٠ متعامدين فإن ك = ...

(أ) -٢ (ب) -١ (جـ) ١ (د) ٢

٤) معادلة المستقيم الذى ميله يساوى ١ ويمر بنقطة الأصل هى .....

(أ) س =١ (ب) ص = ١ (جـ) ص =- س (د) ص = س

٥) إذا كان أ (٥ ، ٧) ، ب (١ ، -١) فإن نقطة منتصف أ ب هى .....

(أ) (٢،٣) (ب) (٣،٣) (جـ) (٣،٢) (د) (٣،٤)

٦) إذا كان إذا كانت جتا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، س زاوية حادة فإن جا ٢س = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (جـ) -٢ (د) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

السؤال الثانى :

أ) بدون استخدام الآلة الحاسبة اثبت أن : جتا ٦٠ = ٢ جتا^{٢} ٣٠ – ١

ب) إذا كانت النقط أ (٣ ، ٢) ، ب (٤ ، -٣) ،جـ (-١ ، ٢) ، د (-٢ ، ٣) هي رؤوس معين
فأوجد : ١) إحداثى نقطة تقاطع القطرين ٢) مساحة المعين أ ب جـ د

اقلب الورقة – بقية الأسئلة بالصفحة رقم ٢

السؤال الثالث :

أ) إذا كان ظا س = ٤ جتا ٦٠ جا ٣٠ فأوجد قيمة س حيث س زاوية حادة

ب) إذا كانت جـ (٦ ، -٤) هى منتصف أ ب حيث أ (٥ ، - ٣) فأوجد إحداثى نقطة ب

السؤال الرابع :

أ) إذا كان المستقيم ل$_{١}$ يمر بالنقطتين (١،٣) ، (٢، ك) ، والمستقيم ل$_{٢}$ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥° فأوجد قيمة ك إذا كان ل$_{١}$ // ل$_{٢}$

ب) س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ع ، س ع = ٧ سم ، س ص = ٢٥ سم

أوجد قيمة كل من : ١) ظا س × ظا ص

٢) جا^{٢} س + جا^{٢} ص ***(هذه المسألة هامة جدا)***

السؤال الخامس :

أ) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله ٢ ويمر بالنقطة (١ ، ٠)

ب) اثبت أن النقط أ (٦،٠) ، ب (٢،-٤) ، جـ (-٤،٢) هى رؤوس مثلث قائم الزاوية فى ب ، ثم أوجد إحداثى نقطة د التى تجعل الشكل أ ب جـ د مستطيلا

*** انتهت الأسئلة مع تمنياتنا لكم بالتوفيق ***

darsenglizy.com

محافظة .....
مديرية التربية والتعليم
امتحان شهادة إتمام الدراسة بمرحلة التعليم الاساسى
الفصل الدراسى الأول ٢٠٢١ م

٢

المادة : الهندسة وحساب المثلثات — الزمن : ساعتان

لاحـظ أن : ١) الأسئلة تقع فى ورقة واحدة من صفحتين ٢) يسمح باستخدام الآلة الحاسبة

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول :

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :-

١) إذا كانت جا س = $\frac{١}{٢}$ حيث س زاوية حادة ، فإن ق (س) = ...

(أ) ٤٥ (ب) ٦٠ (جـ) ٣٠ (د) ٩٠

٢) البعد بين النقطتين (٣ ، ٠) ، (٠ ، - ٤) يساوى .....

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٧

٣) مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ...

(أ) ٩٠ (ب) ١٨٠ (جـ) ٣٦٠ (د) ٢٧٠

٤) معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (-٢ ، -٣) ويوازى محور السينات هى .....

(أ) س = -٢ (ب) س = -٣ (جـ) ص = -٢ (د) ص = -٣

٥) دائرة مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها ٢وحدة طول فإن النقطة ..... تنتمى إليها

(أ) (١،-٢) (ب) (-٢،$\sqrt{٥}$) (جـ) ($\sqrt{٣}$ ، ١) (د) (٠،١)

٦) إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{-٣}{٢}$ ، $\frac{٦}{ك}$ متوازيان فإن ك = ...

(أ) ٦ (ب) -٤ (جـ) $\frac{٣}{٢}$ (د) ٢

السؤال الثانى :

أ) إذا كان ٤ جتا٦٠ جا٣٠ = ظا س فأوجد قيم س حيث س زاوية حادة

ب) بين نوع المثلث الذى رؤوسه النقط أ (٣،٣) ، ب (٥،١) ، جـ (٣،١) بالنسبة لأضلاعه

اقلب الورقة – بقية الأسئلة بالصفحة رقم ٢

السؤال الثالث :

أ) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى جـ فيه أ جـ = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم

أوجد : ١) جتا أ جتا ب – جا أ جا ب ٢) ق ($\hat{ب}$)

ب) إذا كانت النقطة (٣ ، ١) فى منتصف البعد بين النقطتين (١ ،ص) ، (س ، ٣)

فأوجد النقطة (س ، ص)

السؤال الرابع :

أ) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) وعمودى على الخط المستقيم المار

بالنقطتين أ(٢ ، -٣) ، ب (٥ ، -٤)

ب) **أوجد الميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذى معادلته $\frac{س}{٢}$ + $\frac{ص}{٣}$ = ١**

السؤال الخامس :

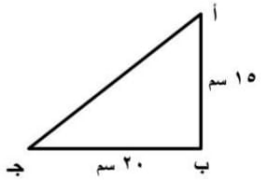
أ) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (١،٣) ، (-١، -٣) ثم اثبت أنه يمر بنقطة الأصل.

ب) فى الشكل المقابل :

أ ب جـ مثلث فيه ق$\hat{(ب)}$ ٩٠

أ ب = ١٥ سم ، ب جـ = ٢٠ سم

اثبت أن: جتا أ جتا جـ - جا أ جا جـ = صفر



*** انتهت الأسئلة مع تمنياتنا لكم بالتوفيق ***

darsenglizy.com

محافظة .....
مديرية التربية والتعليم
امتحان شهادة إتمام الدراسة بمرحلة التعليم الاساسى
الفصل الدراسى الأول ٢٠٢١ م

٣

المادة : الهندسة وحساب المثلثات — الزمن : ساعتان

لاحـظ أن : ١) الأسئلة تقع فى ورقة واحدة من صفحتين ٢) يسمح باستخدام الآلة الحاسبة

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول :

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :-

١) ظا ٤٥ جا ٣٠ = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ١ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{١}{٤}$

٢) مربع محيطه ٢٤ سم تكون مساحة سطحه = ...

(أ) ٦ (ب) ٣٦ (جـ) ١٢ (د) ٢٤

٣) طول القطعة المستقيمة المرسومة بين النقطتين (٠ ، ٠) ، (٥ ، ١٢) يساوى .....

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) ١٣

٤) ميل المستقيم الذى معادلته ٢س – ٣ص + ٥ = ٠ يساوى .....

(أ) $\frac{-٣}{٢}$ (ب) $\frac{-٢}{٣}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٢}$

٥) في المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب يكون جا أ + جتا جـ = ...

(أ) ٢ جا أ (ب) ٢ جا جـ (جـ) ٢ جا ب (د) ٢ جتا أ

٦) طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠ في المثلث القائم يساوى ..... طول الوتر

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) ٢

السؤال الثانى :

أ) بدون استخدام الآلة اثبت أن : جتا ٦٠ = جتا^{٢} ٣٠ – جا^{٢} ٣٠

ب) اثبت باستخدام الميل أن النقط أ (-١،٣) ، ب (٥،١) ، جـ (٦،٤) ، د (٠،٦) هي رؤوس مستطيل

اقلب الورقة – بقية الأسئلة بالصفحة رقم ٢

السؤال الثالث :

أ) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، وكان ٢ أ ب = $\sqrt{٣}$ أ جـ أوجد النسب المثلثية للزاوية جـ

ب) أ ب جـ د شكل رباعى حيث أ (٢،٣) ، ب (٦،٢) ، جـ (-٢،-٢) ، د (-٢،١)
اثبت أن أ ب جـ د شبه منحرف

السؤال الرابع :

أ) إذا كان بعد النقطة (س،٥) عن النقطة (٦،١) يساوى ٢ $\sqrt{٥}$ فأوجد قيمة س

ب) إذا كانت النقطة (٣،١) في منتصف البعد بين النقطتين (١،ص) ، (س،٣)
فأوجد النقطة (س،ص)

السؤال الخامس :

أ) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، ٥) وعمودى على المستقيم الذى ميله $\frac{-١}{٢}$.

ب) بدون استخدام الآلة أوجد قيمة س حيث : ٢ جا س = جا٣٠ جتا٦٠ + جتا٣٠ جا ٦٠

*** انتهت الأسئلة مع تمنياتنا لكم بالتوفيق ***

darsenglizy.com